RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

Revisão de Matemática

Faremos aqui uma pequena revisão de matemática necessária à nossa matéria, e sem a qual poderemos ter dificuldades em apreender os conceitos básicos e trabalhar com eles.

Operações com Frações Decimais

São chamadas frações decimais aos números onde utilizamos uma vírgula para separar a parte inteira da parte menor que a inteira, tais como nos exemplos: 0,1 - 0,005 - 8,5 - etc.

Quando operamos com números, dividindo ou multiplicando por dez ou seus exponenciais basta deslocar a vírgula do número de casas quantas forem os zeros do número divisor ou multiplicador. Quando dividimos deslocamos a vírgula para a esquerda e quando multiplicamos deslocamos a vírgula para a direita. Exemplo: se quisermos dividir o número 6 por 10 basta verificar onde está a vírgula do número 6 e então deslocamos essa vírgula uma casa para a esquerda.

A vírgula do 6 está assim colocada 6, ou então 6,0

Para dividirmos o 6 por 10 deslocamos esta vírgula de uma casa para a esquerda, temos então:

$$6 \div 10 = 0{,}6$$

ou $6 \div 100 = 0{,}06$

ou ainda $6{,}5 \div 100 = 0{,}065$

Para multiplicarmos o número 8 por 10 temos:

$$8 \times 10 = 80$$

ou $8 \times 100 = 800$

ou ainda $8{,}75 \times 1000 = 8750$

Os números decimais são muito utilizados em nosso dia a dia em nossas contas e especialmente nas nossas medidas.

Unidades de medidas.

A unidade de medida de extensão é o metro e seus múltiplos e submúltiplos.

mm	- 0,001 m	- milímetro
cm	- 0,01 m	- centímetro
dm	- 0,1 m	- decímetro
m	- 1 m	- metro
dam	- 10 m	- decâmetro
hm	- 100 m	- hectômetro
km	- 1000 m	- quilômetro

A unidade de medida de área é o metro quadrado e seus múltiplos e submúltiplos

m^2 - metro quadrado

A unidade de medida de volume é o metro cúbico e seus múltiplos e submúltiplos

m^3 - metro cúbico

A unidade de massa é o quilograma e seus múltiplos e submúltiplos

mg	0,001 g	miligrama	0,000001 kg
cg	0,01 g	centigrama	0,00001 kg
dg	0,1 g	decigrama	0,0001 kg
g	1 g	grama	0,001 kg
kg	1kg	quilograma	1 kg
t	1000 kg	tonelada	1000kg

A unidade de força do Sistema Internacional de Medidas (ISO) é o Newton ainda pouco utilizada mas, que prevalecerá cada vez mais.

N - Newton

Porém ainda encontramos muito utilizada ainda hoje a unidade de força.

kgf - quilograma-força

1 kgf = 9,81 N

No passado foi muito utilizada, e ainda podemos encontrar em livros um pouco antigos, a unidade de força libra-força devido à grande influência do sistema inglês no mundo
.

A unidade de pressão (ou de tensão) da norma ISO é o Pascal ainda pouco utilizada

$Pa = N / m^2$ - Newton por metro quadrado

Ainda é muito utilizada a unidade de pressão (e de tensão)

kgf / mm^2 - quilograma-força por milímetro quadrado

Operações com Frações Ordinárias

Multiplicação

- Para multiplicarmos duas frações ordinárias multiplicamos os numeradores resultando um número que será o numerador da fração resultado e então multiplicamos os dois denominadores que gerará um outro número que será o denominador da fração resultado. Exemplo:

$a / b . c / d = a . c / b . d$ ou

$1 / 2 . 3 / 4 = 1 . 3 / 2 . 4 = 3 / 8$

Divisão

Para efetuarmos uma divisão de frações, mantemos a primeira fração sem modificações e multiplicamos pela segunda fração invertida. Exemplo:

$a / b \div c/d$

$a/b \times d/c = a.d/b.c$ ou

$1/2 \div 3/4 = 1/2 \times 4/3 = 1.4/2.3 = 4/6 = 2/3$

Regra de Três Simples

Chamamos regra de três a uma operação matemática onde temos três dados que estão relacionados entre si e um deles é desconhecido. Exemplo:

$X = A / B$ sendo A e B valores conhecidos basta efetuarmos a divisão e teremos o valor se X

$X = 20 / 5$ teremos $X = 4$

sendo A e X os valores conhecidos poderemos aplicar a propriedade das frações:

se $A / B = C / D$ então $A . D = B . C$ cujo exemplo apresentamos:

$1 / 2 = 4 / 8$ então $1 . 8 = 2 . 4$ que resulta em $8 = 8$

Podemos então afirmar

$X / 1 = A / B$ e $X . B = 1 . A$ que se torna $X . B = A$ e resulta,

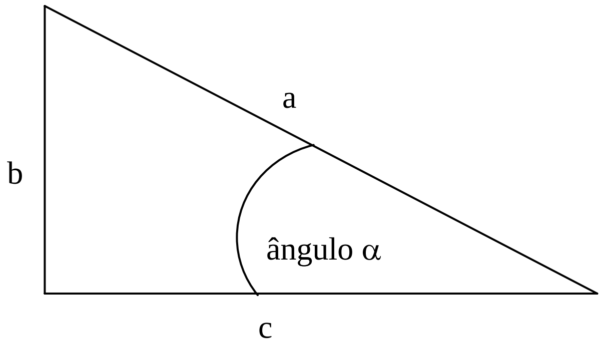
$B = A / X$ como A e X são valores conhecidos basta efetuar a divisão para obtermos o resultado. Exemplo:

$10 = A / 5$ fazemos $10 / 1 = A / 5$ e teremos $10 . 5 = 1 . A$

então $10 . 5 = A$ onde $A = 50$

Noções de Trigonometria

Estudaremos aqui as relações trigonométricas no triângulo retângulo.
Assim, caso tenhamos a dimensão da hipotenusa de um triângulo retângulo e um dos ângulos agudos, podemos calcular a dimensão de qualquer lado. Os senos e cosenos de quaisquer ângulos são conhecidos. Basta que tenhamos uma tabela de senos e cosenos. Apresentamos os valores de senos e cosenos de alguns ângulos mais usuais:



a – hipotenusa
b – cateto oposto ao ângulo α
c – cateto adjacente ao ângulo α

Chamamos seno de um ângulo a relação entre o cateto que lhe é oposto e a hipotenusa
Assim, no triângulo ao lado, o seno de α é dado por sen α = b/a

E chamamos de co-seno, a relação entre o cateto que lhe é adjacente e a hipotenusa. Assim, no triângulo anterior, o co-seno do ângulo α é dado por cós α = c/a

ângulo	seno	coseno
0°	0	1
30°	0,5	0,87
45°	0,74	0,74
60°	0,87	0,5
90°	1	0

Exemplo. Temos um triângulo retângulo com hipotenusa de 12 cm e um dos ângulos agudos vale 30°. Qual o comprimento do cateto oposto a esse ângulo?
Resposta. Como sabemos que o seno de um ângulo é dada pela dimensão do cateto que lhe é oposto dividida pela dimensão da hipotenusa temos:

Seno de 30° = 0,5 (da tabela)
Seno de 30° do nosso triângulo = dimensão do cateto oposto / 12
Como os dois senos são iguais, por serem senos de 30° podemos escrever:
0,5 = dim. do cateto oposto / 12
0,5 x 12 = dim. do cateto oposto
<u>dimensão do cateto oposto = 6 cm</u>

Revisão de Física

Faremos agora uma pequena revisão de alguns conceitos de Estática
Força – O conceito de força é primitivo. Nós o adquirimos através da sensação de esforço muscular. Fisicamente,

Força é toda causa capaz de produzir em um corpo uma modificação de movimento ou uma deformação.

F = m.a sendo:
F – força
m – massa
a – aceleração

Um tipo de força muito comum é o peso.

Peso de um corpo é a força com que a Terra (planeta) o atrai.

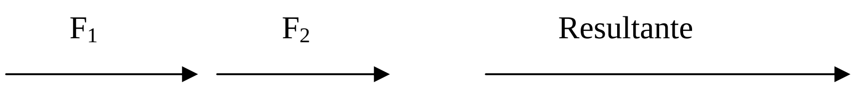
$P = m.g$ sendo "g" a aceleração da gravidade terrestre.

Para definirmos força necessitamos de três parâmetros.
1) O módulo (que o número que nos dá o valor da força)
2) A direção na qual está atuando a força. Ex.: horizontal, vertical, etc.
3) O sentido no qual está atuando a força. Ex.: para baixo, para cima, para a direita, etc.
Assim, dizemos que força é uma grandeza vetorial porque para ser definida precisamos mencionar o seu módulo, sua direção e seu sentido.

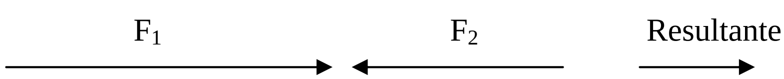
Composição de Forças

Para fazer a composição de forças temos que levar em conta, sempre, os três parâmetros que as formam.

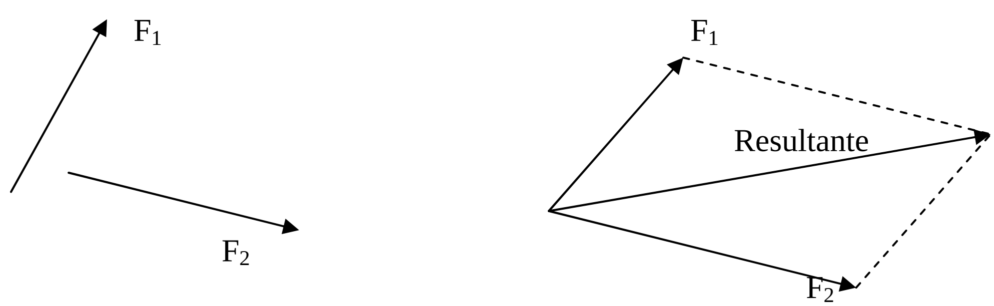
Duas forças com mesma direção e sentido se somam



Duas forças com mesma direção mas com sentidos contrários se diminuem e terá resultante na direção da maior.

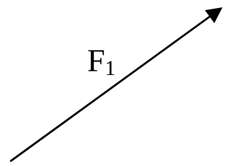


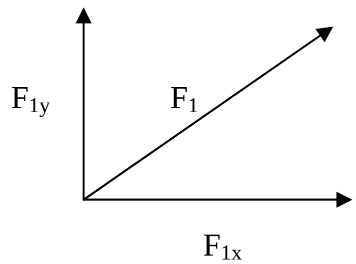
Duas forças em direções e sentidos diversos podem ser compostas pela regra do paralelogramo



Decomposição de Forças

Da mesma forma que podemos fazer a composição de forças, podemos, a partir de uma força, obter duas ou mais componentes dessa força. Ex.



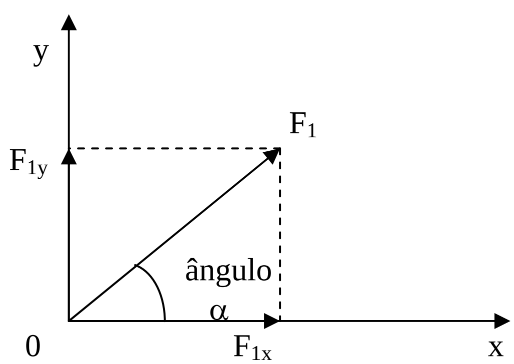


Obtemos então duas componentes F_{1y} e F_{1x} que se forem compostas segundo a regra anteriormente apresentada torna-se a própria força F_1

Decomposição de Forças segundo os eixos ortogonais x e y

Neste trabalho utilizaremos dois eixos ortogonais (dois eixos que formam 90° entre si. Estes eixos são assim escolhidos para facilitar os cálculos)

Esses dois eixos são ferramentas de trabalho que nos facilitará na decomposição de forças. No ponto zero dos nossos eixo colocaremos a força que queremos decompor.



Suponhamos agora que a força F_1 do esquema acima tenha um módulo de 100 N, que o ângulo α tenha 30^o e que queiramos decompor F_1 em duas componentes ortogonais segundo os eixos x e y. Quais devem ser os valores de F_{1x} e de F_{1y}?

Solução: Para que F_{1y} e F_{1x} representem a decomposição de F_1, a linha F_{1y} Z e o eixo x devem ser paralelas o mesmo acontecendo com as linhas F_{1x} Z e o eixo y. Portanto as linhas 0 F_{1y} é igual à linha F_{1x} Z e podemos afirmar que a dimensão da linha 0 F_{1y} representa módulo da componente F_{1y}. Então:

$$\text{sen } 30^o = F_{1y} / F_1$$
$$0{,}5 = F_{1y} / 100 \text{ N}$$
$$0{,}5 \text{ X } 100 = F_{1y}$$
$$\underline{F_{1y} = 50 \text{ N}}$$

$$\cos 30^o = F_{1x} / 100 \text{ N}$$
$$0{,}86 = F_{1x} / 100 \text{ N}$$
$$0{,}86 \text{ x } 100 = F_{1x}$$

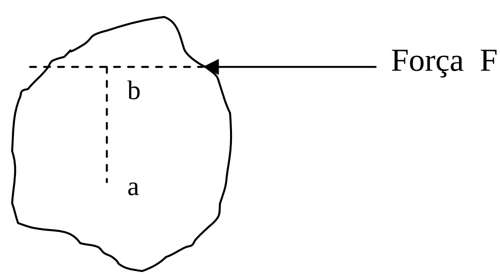
$$\underline{F_{1x} = 86 \text{ N}}$$

Momento de uma Força em Relação a um Ponto

Momento de uma força em relação a um ponto é a tendência que tem essa força em fazer um corpo girar, tendo esse ponto como centro de giro.

Define-se :

Momento de uma Força em Relação a um Ponto é uma grandeza vetorial cuja intensidade é igual ao produto da intensidade da força pela distância do ponto ao suporte da força.



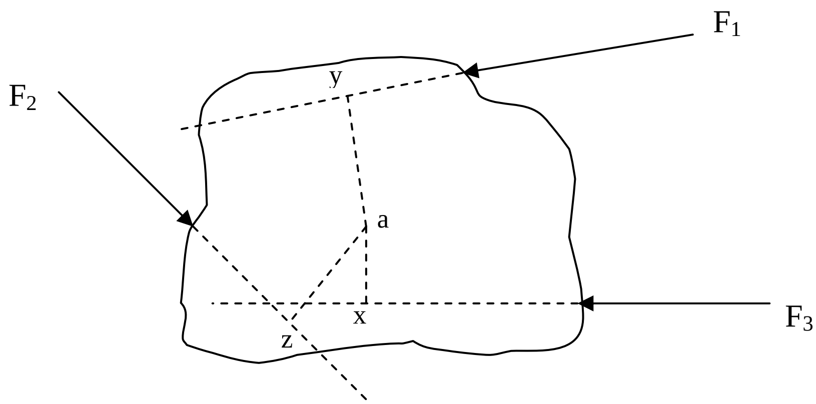
O momento da força F em relação ao ponto b é

$$M_a = F.ab$$

Assim, o momento da força F em relação ao ponto a é dado pelo produto do módulo da força F pela distância a b.

Momento Resultante

O momento resultante é a composição dos diversos momentos atuantes em um corpo. O momento resultante será, sempre, em relação a um mesmo ponto.



Para fazermos composição de momentos devemos primeiro estabelecer uma convenção para os momentos. Momento que tende a girar no sentido horário será positivo e ante-horário, negativo.

No exemplo acima faremos o momento resultante em relação ao ponto a.

Momento Resultante = F_3 . distância ax - F_2 . dist. az - F_1 . dist. ay

Exemplo numérico:

Sendo F_1 = 200 N F_2 = 400 N F_3 = 800 N e

ay = 80 cm az = 40 cm ax = 60 cm

M resultante = - 200 x 80 - 400 x 40 + 800 x 60 (momento resultante em relação ao ponto a)

Mr_a = - 1600 - 1600 + 4800
Mr_a = - 3200 + 4800
Mr_a = 1600 N.cm

Resolvendo Problemas Utilizando Decomposição de Forças e Momento de Força

Para resolvermos esses problemas utilizaremos das leis da Estática que nos fala sobre equilíbrio de um corpo.

Segundo a primeira lei de Newton um corpo está em equilíbrio quando:

1) a resultante das forças que atuam sobre ele é nula
2) o momento resultante dos momentos que atuam sobre ele em relação a qualquer ponto, é nulo.

A Estática, que é a parte da Mecânica que aqui estudaremos, estuda os corpos em equilíbrio.

Equilíbrio de Um Ponto Material

Inicialmente calcularemos o equilíbrio de um ponto material. Como um ponto não tem dimensão, nele não atuam momentos porque , como vimos anteriormente, para que uma força produza momento temos que ter uma distância entre o ponto de referência e o ponto da atuação da força.

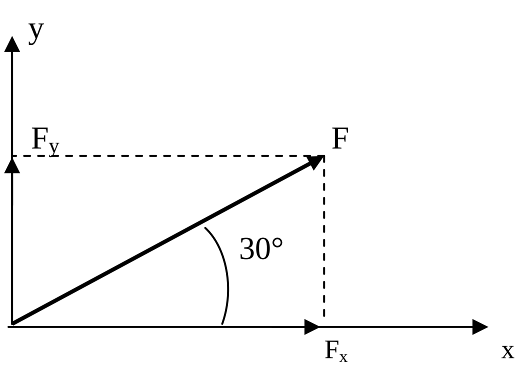
Então, utilizemos os dois princípios de equilíbrio.

1º princípio (utilizaremos a decomposição de forças nos eixos x e y). Portanto:

$$\Sigma F_X = 0$$
$$\Sigma F_Y = 0$$

Exercícios Resolvidos

1) Decompor a força F = 2000 N, em duas componentes, nos eixo x e y, conforme o esquema abaixo:

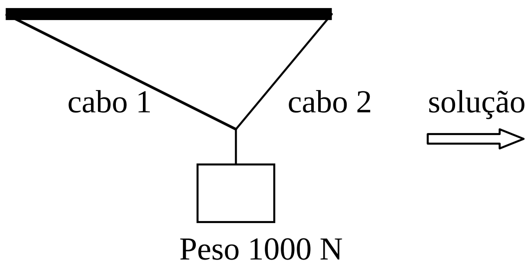


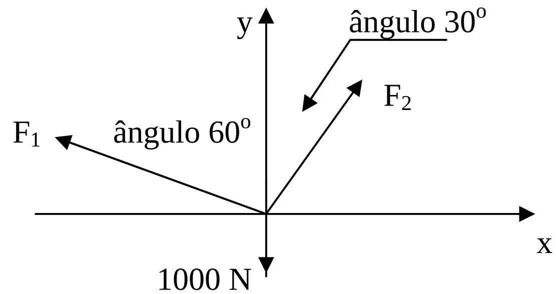
seno 30° = 0,50
co-seno 30° = 0,87
seno 60° = 0,87
co-seno 60° = 0,50

Respostas $F_x =$ 100 N
$F_y =$ 174 N

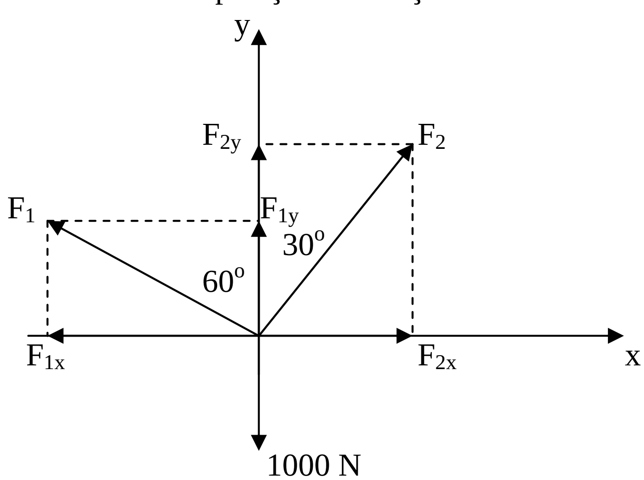
2) Calcular as forças atuantes nos cabos 1 e 2 do esquema abaixo sabendo que o peso de 1000 N está em equilíbrio.

Colocamos o esquema nos eixos x e y





Fazemos a decomposição das forças nos eixos x e y



Com esse procedimento geramos as componentes $F1_x$ e $F1_y$ as componentes $F2_x$ e $F2_y$. Para termos equilíbrio é necessário que:

$\Sigma F_x = 0$ temos que somar as forças do eixo x e igualar a zero

$\Sigma F_x = - F_{1x} + F_{2x} = 0$ mas $F_{1x} = F_1 \, . \, \text{sen } 60^o$

$F_{2x} = F_2 \, . \, \text{sen } 30^o$ temos

$- F_1 \, . \, \text{sen } 60^o + F_2 \, . \, \text{sen } 30^o = 0$ donde

$- F_1 \, . \, 0{,}87 + F_2 \, . \, 0{,}5 = 0$

$- 0{,}87F_1 = - 0{,}5 \, F_2$

$$F_1 = 0{,}5 \, F_2 / 0{,}87 \quad \text{ou} \quad F_1 = 0{,}57 \, F_2$$

Agora fazemos $\Sigma F_y = 0$

$F_1 \, . \, \cos 60^o + F_2 \, . \, \cos 30^o - 1000 = 0$

$F_1 \, . \, 0{,}5 + F_2 \, . \, 0{,}87 = 1000$

$0{,}5 \, F_1 + 0{,}87 \, F_2 = 1000$

como F1 = 0,5 F2 / 0,87 fazemos a substituição:

$$0{,}5\ (\ 0{,}57\ F_2\ ) + 0{,}87\ F_2 = 1000$$
$$0{,}285\ F_2 + 0{,}87\ F_2 = 1000$$
$$1{,}155\ F_2 = 1000$$
$$F_2 = 1000 / 1{,}155$$
$$F_2 = 866\ N$$

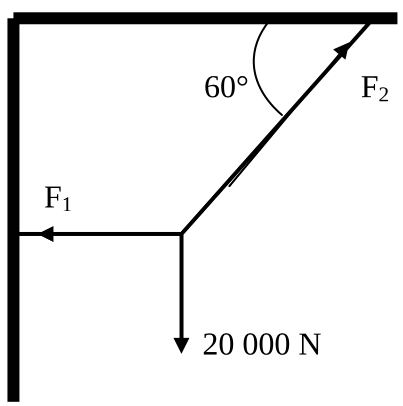
Daí resulta que $F_1 = 0{,}57\ F_2$ então $F_1 = 0{,}57 \times 866$

$F_1 = 494$ N

Resultado:	a força atuante no cabo 1 vale 494 N
	a força atuante no cabo 2 vale 866 N

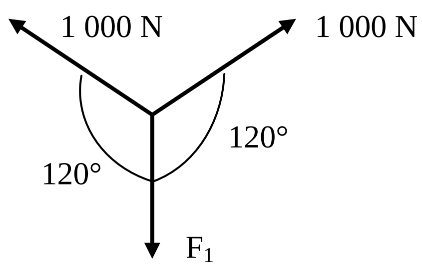
Exercícios Propostos

1) Calcule as forças F_1 e F_2 no esquema abaixo.



Resp $F_1 = 11\ 628$ N
$F_2 = 23\ 256$ N

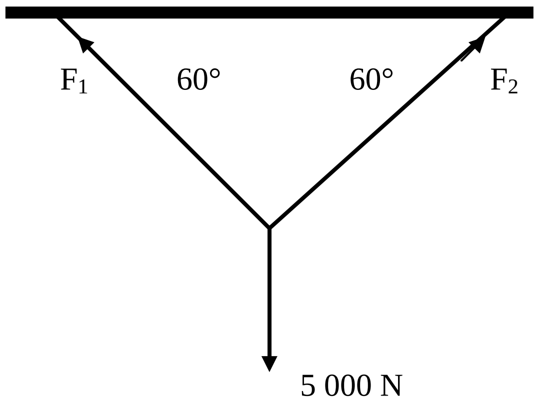
2) Calcule a Força F_1, no esquema abaixo.



Resp. $F_1 = 1\ 000$ N

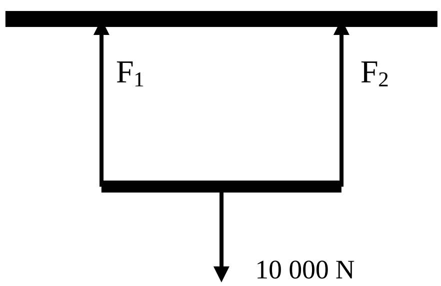
Calcule as forças F_1 e F_2 nos esquemas abaixo:

3)



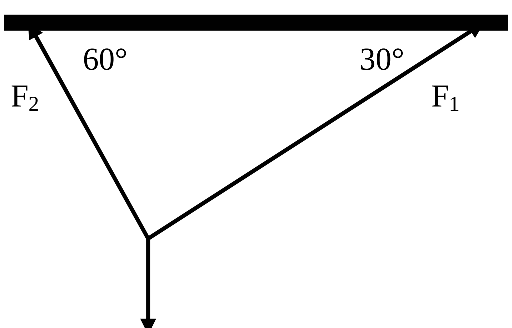
Resp. $F_1 = F_2 = 2\ 907$ N

4)



Resp. $F_1 = F_2 = 5\ 000$ **N**

5)



10 000 N

Resp $F_1 = 5\ 050$ N
$F_2 = 8\ 686$ N

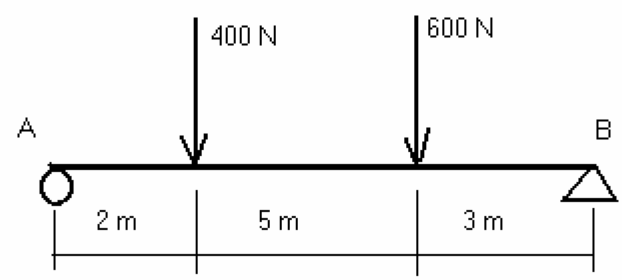
Equilibro de Um Corpo

Para calcularmos o equilíbrio de um corpo vamos utilizar as três equações anteriormente apresentadas

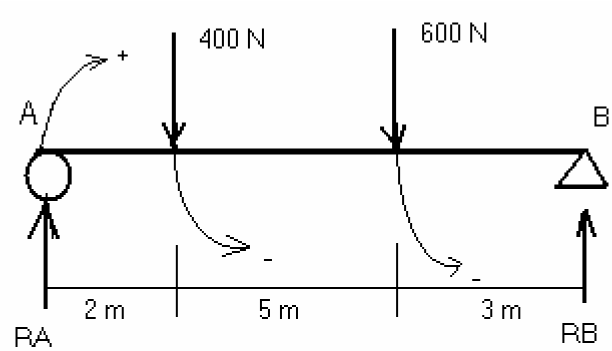
$$\Sigma F_X = 0$$
$$\Sigma F_Y = 0$$
$$\Sigma M_0 = 0$$

Exercícios Resolvidos

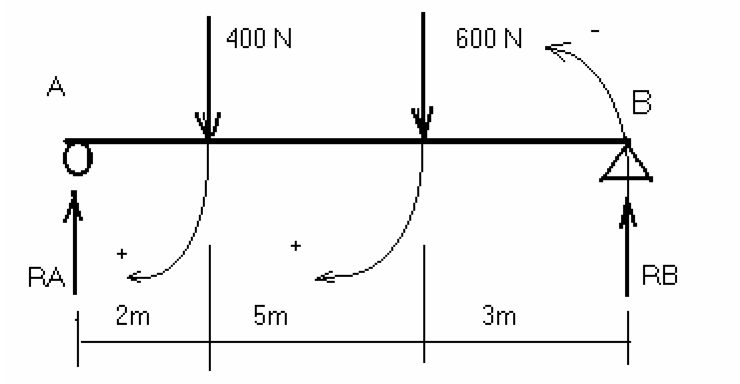
1) Calcular as reações nos apoios A e B no esquema abaixo sabendo que o corpo está em equilíbrio:



Para resolvermos esse exercício aplicaremos a segunda condição de equilíbrio:
(Um corpo está em equilíbrio quando a soma dos momentos que atuam sobre ele, em relação a qualquer ponto, é nulo)
Verificamos os momentos que atuam, no corpo, em relação ao ponto B:
(Usaremos aqui a convenção: momento no sentido horário positivo e ante-horário negativo)



$$\Sigma M_B = 0$$
$$R_A \,.\, 10 - 400 \,.\, 8 - 600 \,.\, 3 = 0$$
$$10\, R_A - 3200 - 1800 = 0$$
$$10\, R_A = 5000$$
$$R_A = 5000 / 10$$
$$R_A = 500 \text{ N}$$



$$\Sigma M_A = 0$$
$$400 \,.\, 2 + 600 \,.\, 7 - R_B \,.10 = 0$$
$$800 + 4200 = 10\, R_B$$
$$10\, R_B = 5000$$
$$R_B = 5000 / 10$$
$$R_B = 500 \text{ N}$$

Podemos ainda, como forma de verificação, aplicar o $\Sigma F_y = 0$ então

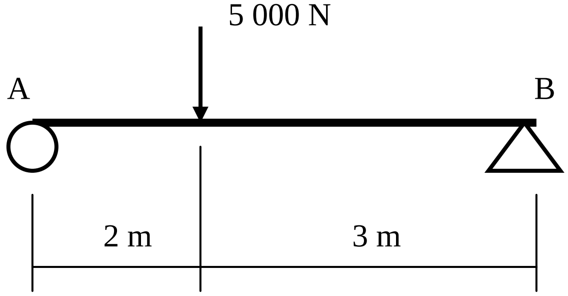
$$R_A + R_B - 400 - 600 = 0$$
$$500 + 500 - 400 - 600 = 0$$
$$1000 - 1000 = 0$$

Conclusão	$R_A = 500$ N
	$R_B = 500$ N

Exercícios Propostos

Calcule as reações R_B e R_B nos esquemas abaixo:

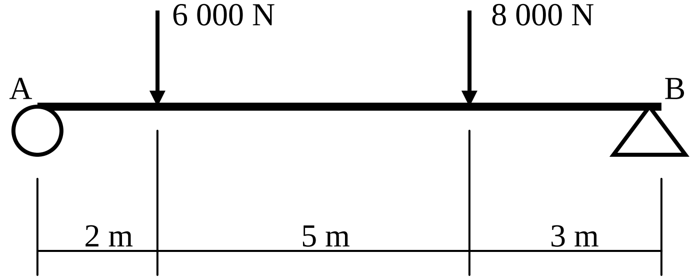
1)



Resp.

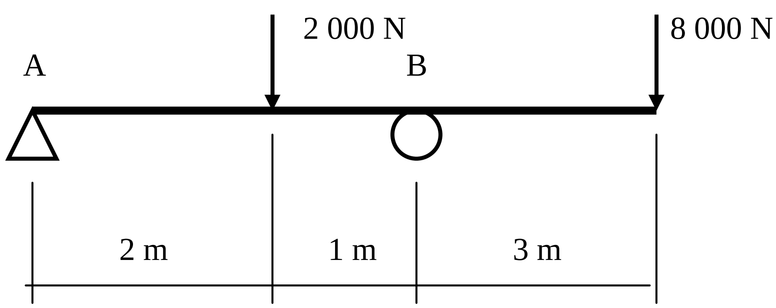
$R_A = 3\,000$ N
$R_B = 2\,000$ N

2)



Resposta

3)



Resposta