

HIDROSTÁTICA

CONCEITOS BÁSICOS

2. HIDROSTÁTICA

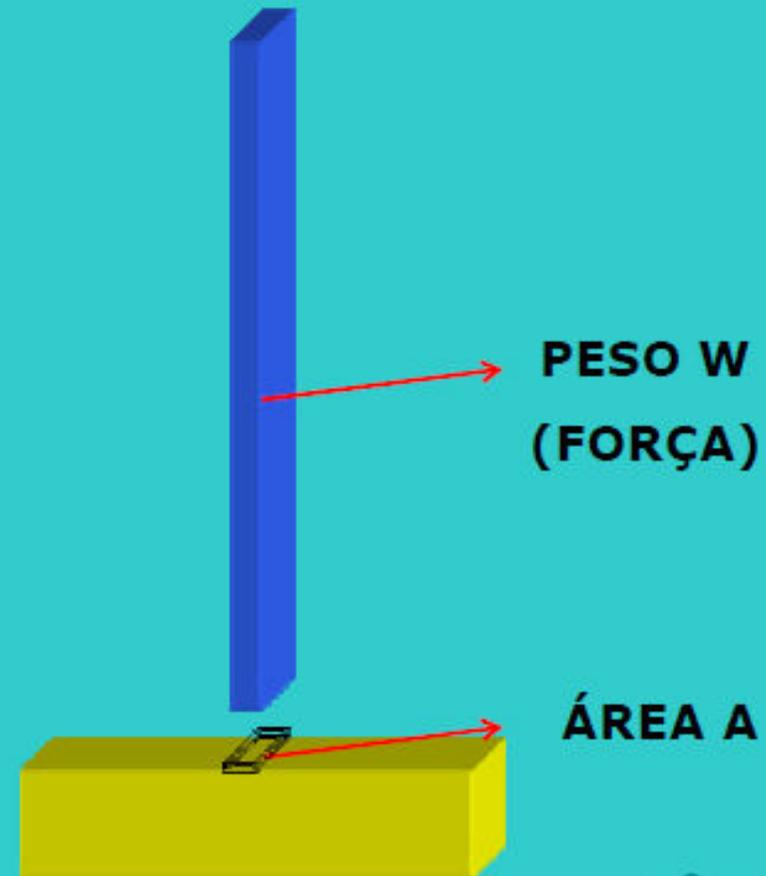
É a parte da Hidráulica que estuda os **líquidos em repouso**, bem como as forças que podem ser aplicadas em corpos neles submersos.

Conceito de Pressão

Pressão é o quociente da intensidade da força exercida uniforme e perpendicularmente sobre uma superfície, pela área dessa mesma superfície.

$$\text{Pressão} = \text{Força} / \text{Área}$$

$$\text{PRESSÃO} = W/A$$



Pressão em sólidos

Se uma força for aplicada a um ponto de um objeto rígido, o objeto como um todo sofrerá a ação dessa força.

Isto ocorre porque as moléculas (ou um conjunto delas) do corpo rígido estão ligadas por forças que mantêm o corpo inalterado em sua forma.

Logo, a força aplicada em um ponto de um corpo rígido acaba sendo distribuída a todas as partes do corpo.



Pressão em líquidos

Em um fluido as forças entre as moléculas (ou um conjunto delas) são muito menores que nos sólidos.

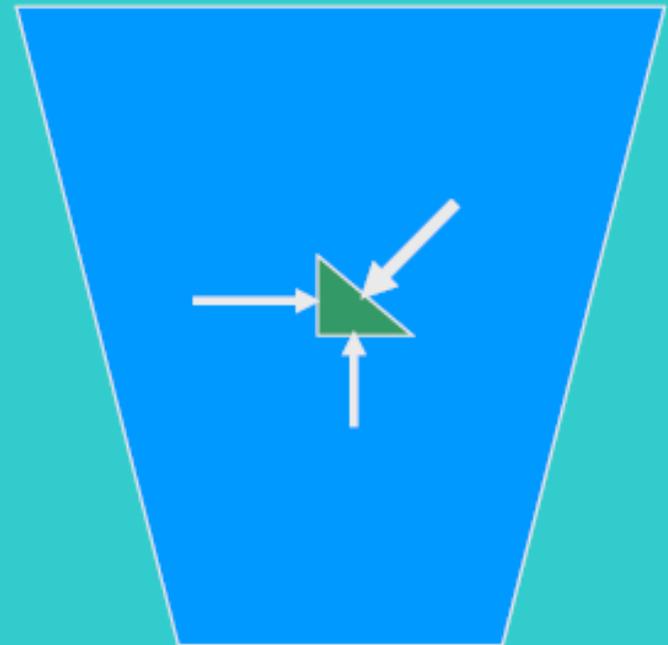
Um fluido não pode suportar forças de cisalhamento, sem que isto leve a um movimento de suas partes.

Um fluido pode *escoar quando se exerce pressão*, ao contrário de um objeto sólido.



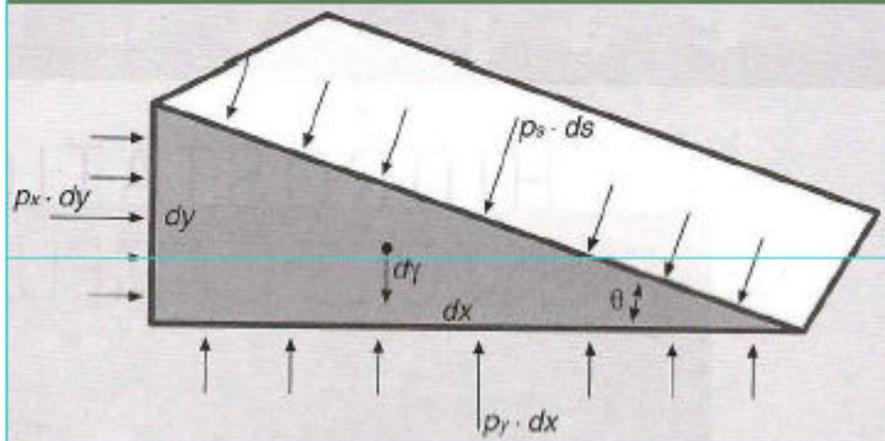
Pressão Hidrostática (exercida por um líquido)

Um elemento sólido, colocado no interior de um fluido em equilíbrio, experimenta, da parte desse fluido, forças perpendiculares às suas superfícies.



Lei de Pascal

“Em qualquer ponto no interior de um líquido em repouso, a pressão é a mesma em todas as direções.”



$$\sum F_x = 0$$

Logo, $p_x d_y = p_s d_s \text{ sen } \theta$

como $\text{sen } \theta = \frac{d_y}{d_s}$ vem que

$$p_x d_y = p_s d_s \frac{d_y}{d_s},$$

e, portanto, $p_x = p_s$

Lei de Pascal

Para a direção Y, $\sum F_y = 0$,

$$p_y d_x = p_s d_s \cos \theta + d_y = p_s d_s \cos \theta + \frac{\gamma d_x d_y}{2}$$

$$p_y d_x = p_s d_s \frac{d_x}{d_s} = p_s d_x$$

logo, $p_y = p_s$, e, portanto, $p_x = p_y = p_s$

A prensa hidráulica é uma importante aplicação.

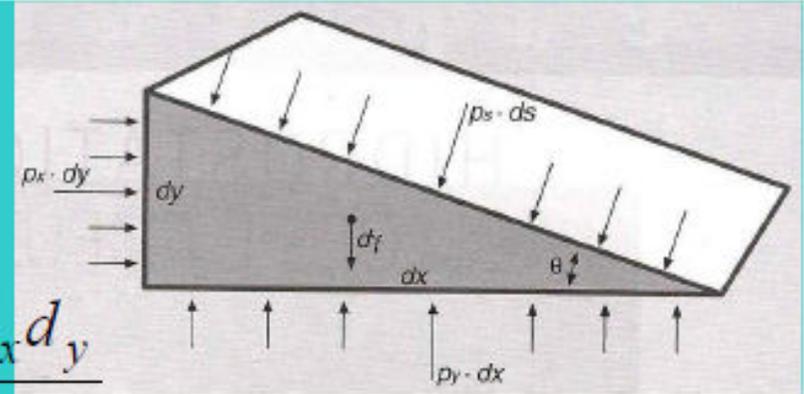
$$F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$

F_1 = esforço aplicado;

F_2 = força obtida;

A_1 = seção do êmbolo menor;

A_2 = seção do êmbolo maior.



Variação da pressão exercida por um líquido

Pode-se demonstrar, de uma forma muito simples, a variação de pressão com a altura.

Basta, para isso, fazermos perfurações num recipiente cheio de líquido em posições diferentes.

O jorro sairá cada vez mais forte à medida que aumentarmos a altura da coluna de líquido (isto é, nos pontos mais baixos).

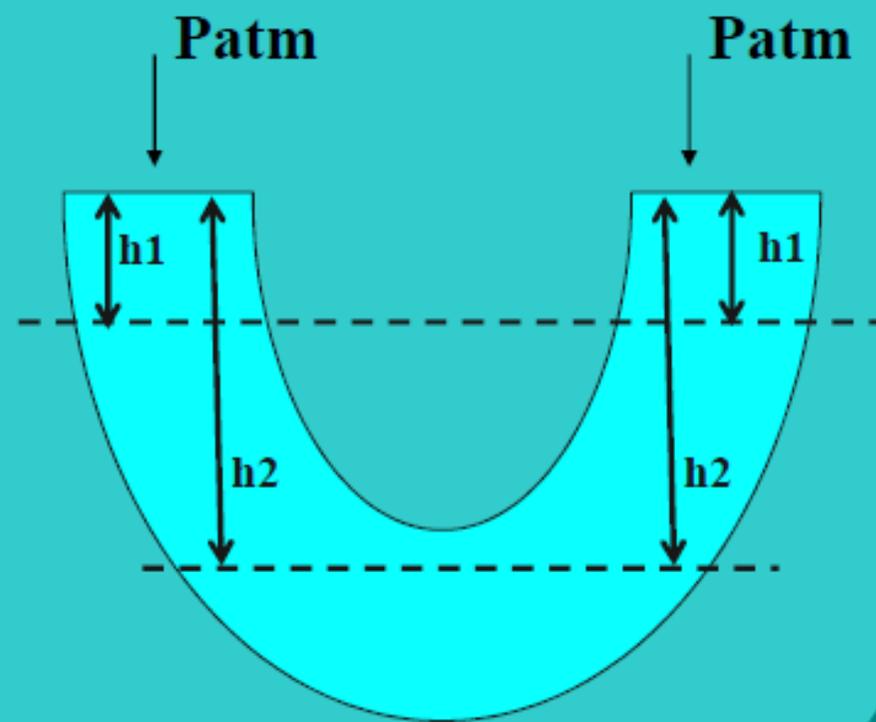


Pressão e profundidade em um fluido estático

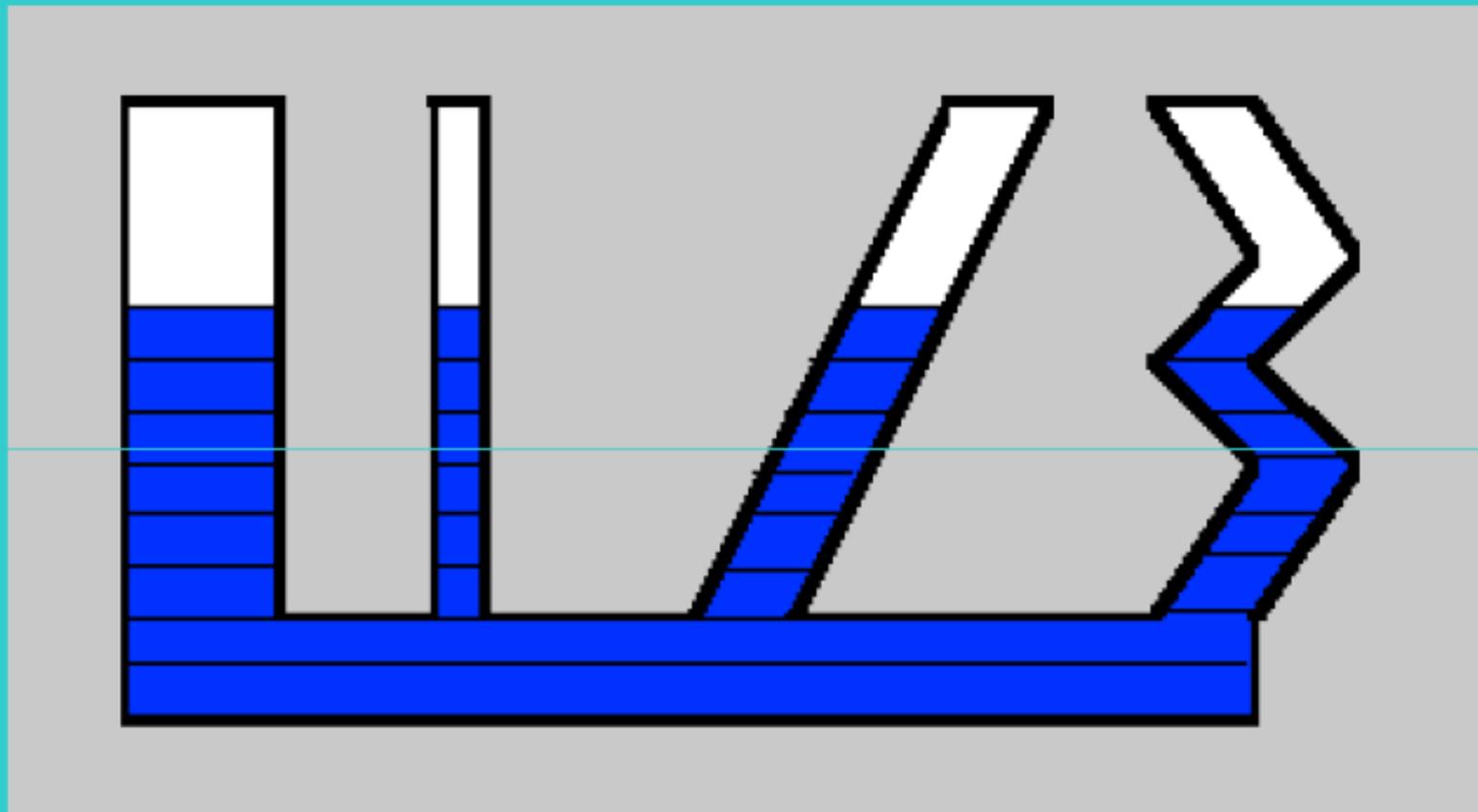
Num fluido qualquer, a pressão não é a mesma em todos os pontos.

Porém, se um fluido homogêneo estiver em repouso, então todos os pontos numa superfície plana horizontal estarão à mesma pressão.

“A pressão a uma mesma profundidade de um fluido deve ser constante ao longo do plano paralelo à superfície”



Pressão e profundidade em um fluido estático



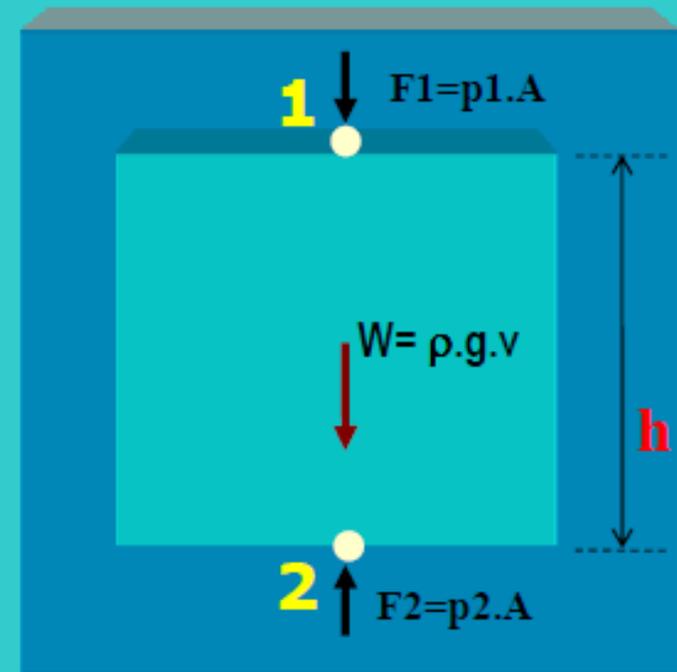
A pressão nas linhas marcadas na figura será a mesma, se estiverem em um mesmo plano horizontal

LEI DE STEVIN – PRESSÃO DEVIDA A UMA COLUNA LÍQUIDA

Os pontos **1** e **2** estão no interior de um fluido de densidade **d**.

A porção de líquido em cor diferente está em equilíbrio (não se move) sob a ação de seu próprio peso e das forças que o restante do líquido exerce sobre ela.

Para que o líquido esteja em equilíbrio, a força resultante que atua no sistema tem que ser nula.



$$W = (\rho \cdot g) \cdot v = \gamma \cdot h \cdot A$$

LEI DE STEVIN – PRESSÃO DEVIDA A UMA COLUNA LÍQUIDA

Se o líquido está em repouso, tem-se que:

$\Sigma \mathbf{F}_Y = \mathbf{0}$ e portanto:

$$p_1.A + \gamma.h.A - p_2.A = 0$$

$$\Rightarrow p_2 - p_1 = \gamma.h$$

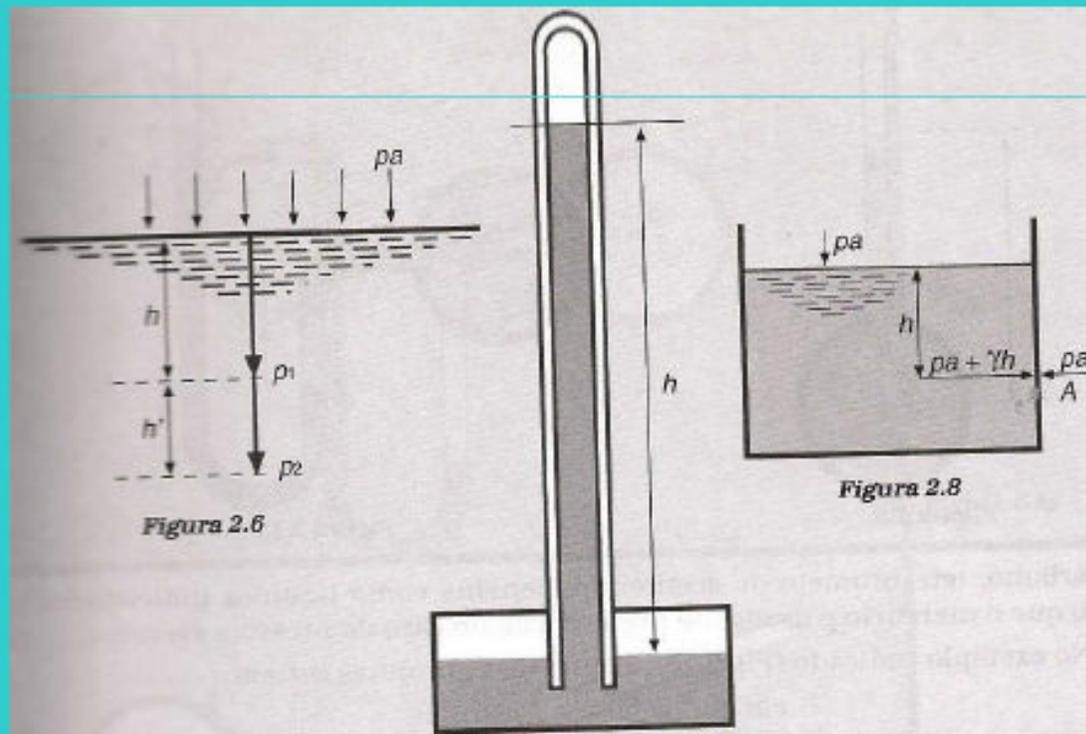
“A DIFERENÇA DE PRESSÃO ENTRE DOIS PONTOS DA MASSA DE UM LÍQUIDO EM EQUILÍBRIO É IGUAL À DIFERENÇA DE PROFUNDIDADE MULTIPLICADA PELO PESO ESPECÍFICO DO LÍQUIDO”

INFLUÊNCIA DA PRESSÃO ATMOSFÉRICA

Levando-se em conta a pressão atmosférica, tem-se:

$$p_1 = p_a + \gamma h,$$

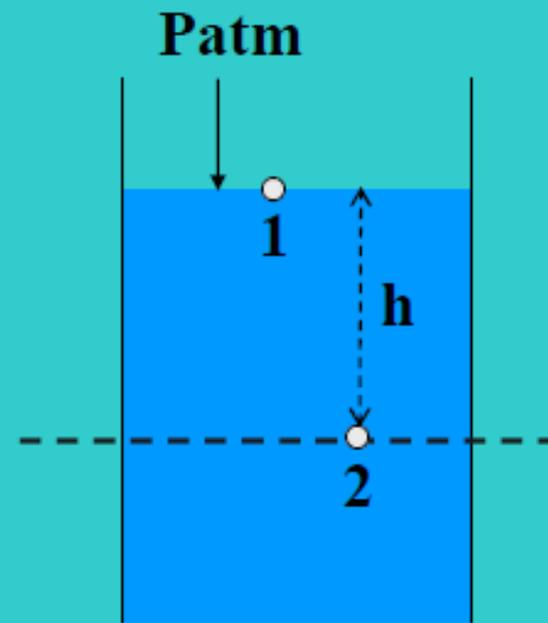
$$p_2 = p_1 + \gamma h' = p_a + \gamma(h + h')$$



RESUMO: PRESSÃO DEVIDA A UMA COLUNA LÍQUIDA

A pressão no ponto 1 será a pressão atmosférica local e a pressão no ponto 2 poderá ser obtida pela relação:

$$p_2 = p_{atm} + \gamma \cdot h$$



Pressão Atmosférica

O ar, como qualquer substância próxima à Terra, é atraído por ela, isto é, o ar tem peso. Em virtude disto, a camada atmosférica que envolve a Terra, atingindo uma altura de dezenas de quilômetros, exerce uma pressão sobre os corpos nela mergulhados. Esta pressão é denominada Pressão Atmosférica.

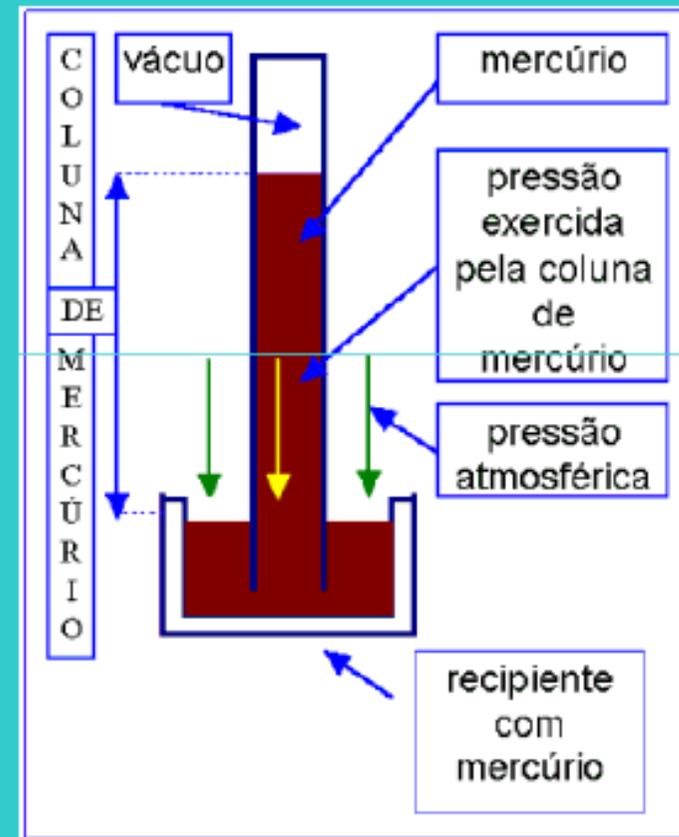
Vivemos no fundo de um oceano de ar e esse oceano, como a água de um lago, exerce pressão nos corpos nele imersos.

Pressão Atmosférica

Torricelli, físico italiano, realizou uma famosa experiência que, além de demonstrar que a pressão existe realmente, permitiu a determinação de seu valor:

Torricelli encheu de mercúrio (Hg) um tubo de vidro com mais ou menos 1 metro de comprimento; em seguida fechou a extremidade livre do tubo e o emborcou numa vasilha contendo mercúrio.

Quando a extremidade do tubo foi aberta, a coluna de mercúrio desceu, ficando o seu nível aproximadamente 76 cm acima do nível do mercúrio dentro da vasilha.



EXPERIÊNCIA DE TORRICELLI

Torricelli concluiu que a pressão atmosférica, (p_{atm}) atuando na superfície livre do líquido no recipiente, conseguia equilibrar a coluna de mercúrio.

O espaço vazio sobre o mercúrio, no tubo, constitui a chamada câmara barométrica, onde a pressão é praticamente nula (vácuo).

VALOR DA PRESSÃO ATMOSFÉRICA

Como a altura da coluna líquida no tubo era de 76 cm, Torricelli chegou à conclusão de que o valor da pressão atmosférica ao nível do mar equivale à pressão exercida por uma coluna de mercúrio de 76 cm de altura.

A pressão de 76 cm Hg é denominada pressão atmosférica normal e equivale a outra unidade prática de pressão chamada atmosfera (atm).

$$\text{Patm} = 13.600\text{kg/m}^3 \times 9,8\text{m/s}^2 \times 0,76\text{m} = 1,02 \times 10^5 \text{ Pa (S.I.)}$$

VALOR DA PRESSÃO ATMOSFÉRICA

Pascal repetiu a experiência no alto de uma montanha e verificou que o valor da pressão atmosférica era menor do que ao nível do mar.

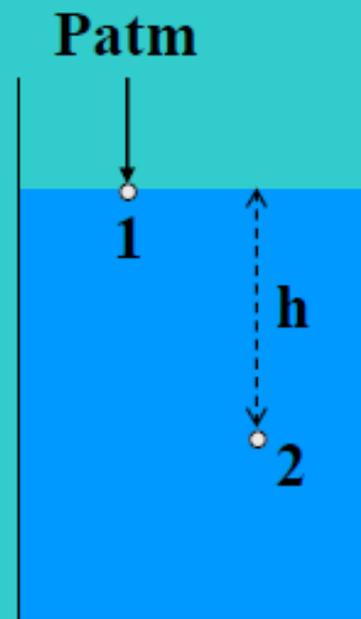
Concluiu que quanto maior for a altitude do local, mais rarefeito será o ar e menor será a altura da camada de ar que atuando na superfície de mercúrio.



VARIAÇÃO DA PRESSÃO ATMOSFÉRICA COM A ALTITUDE

ALTITUDE (m)	PRESSÃO ATMOSFÉRICA (cm Hg)
0	76 (10,33 mH ₂ O)
500	72
1.000	67
2.000	60
3.000	53 (7,21 mH ₂ O)

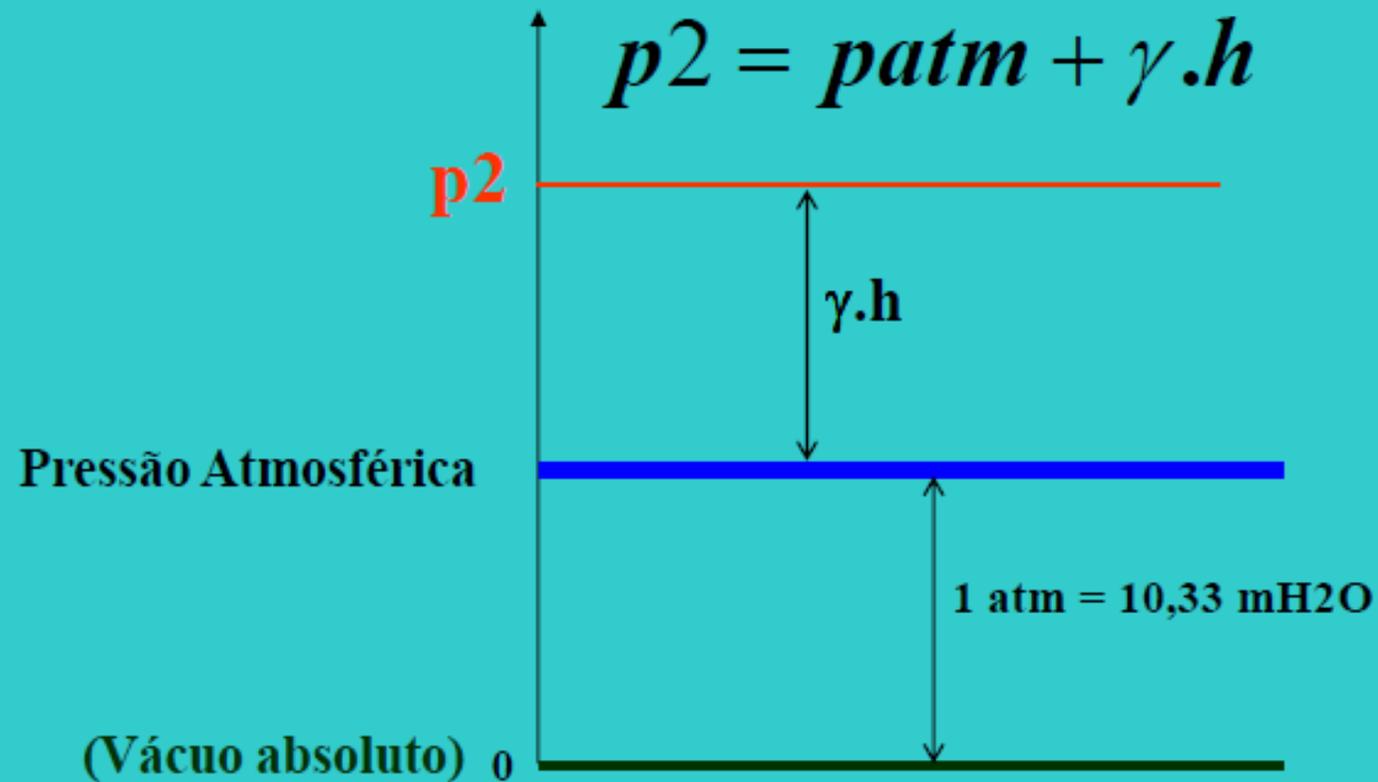
MODOS DE EXPRESSAR AS MEDIDAS DE PRESSÃO



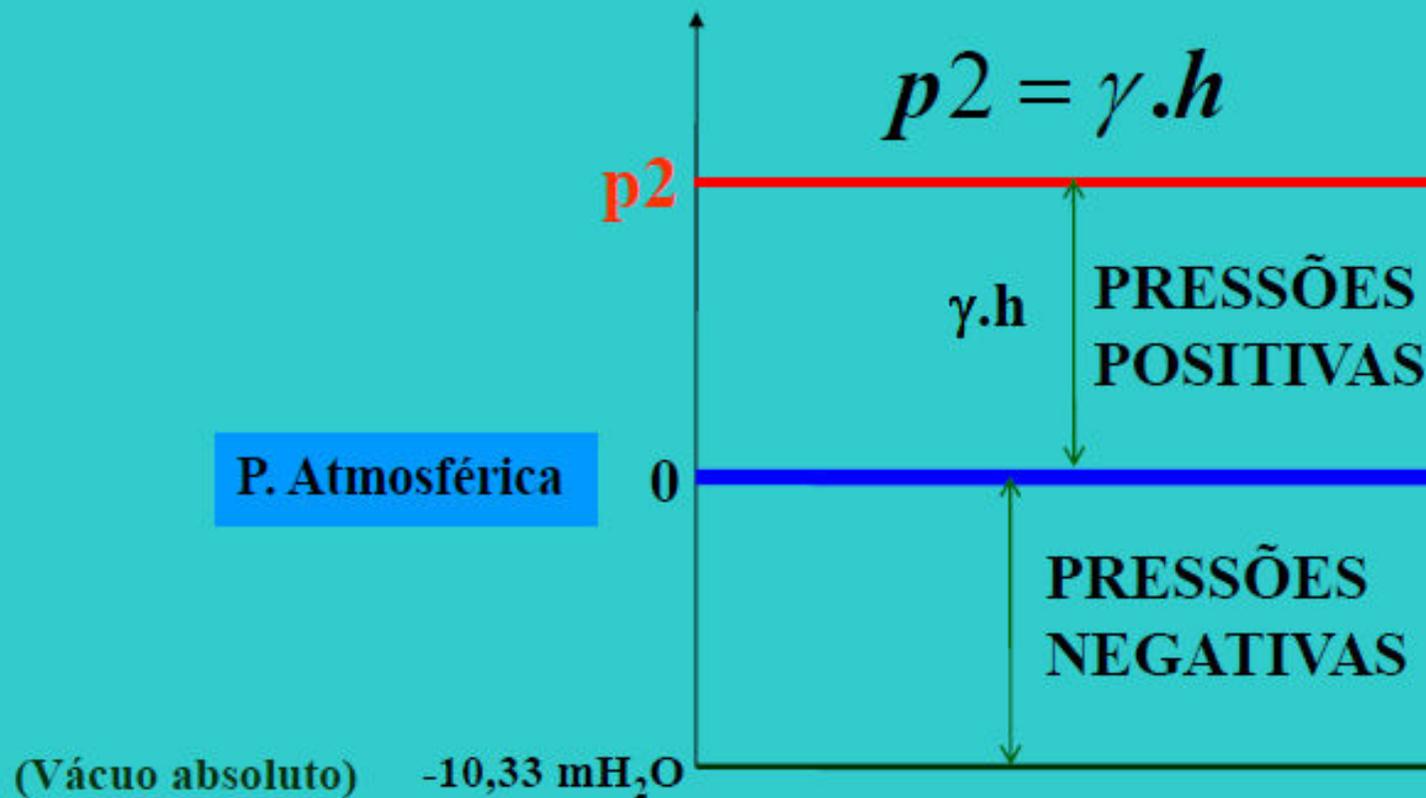
$$p_2 = p_{atm} + \gamma \cdot h$$

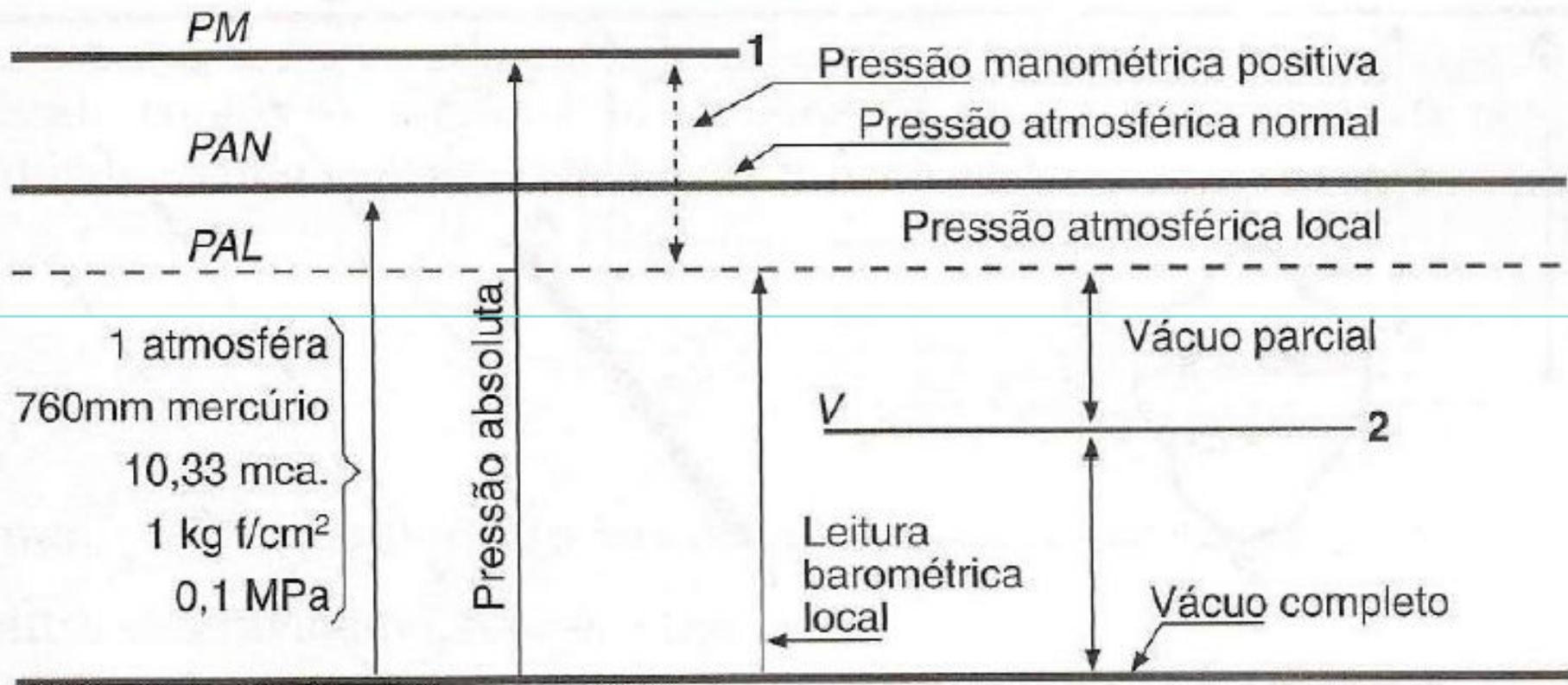
(PRESSÃO ABSOLUTA)

PRESSÕES ABSOLUTAS



PRESSÕES RELATIVAS





PRESSÕES ABSOLUTAS E RELATIVAS

Falando em pressões absolutas:

- ◆ A pressão existente sobre o nível da água em um reservatório tem valor 1 atm ou 10,33 mH₂O;
- ◆ A pressão na tubulação de sucção de uma bomba ou de um aspirador de pó tem valor positivo e menor que uma atmosfera;
- ◆ O vácuo absoluto recebe valor zero.

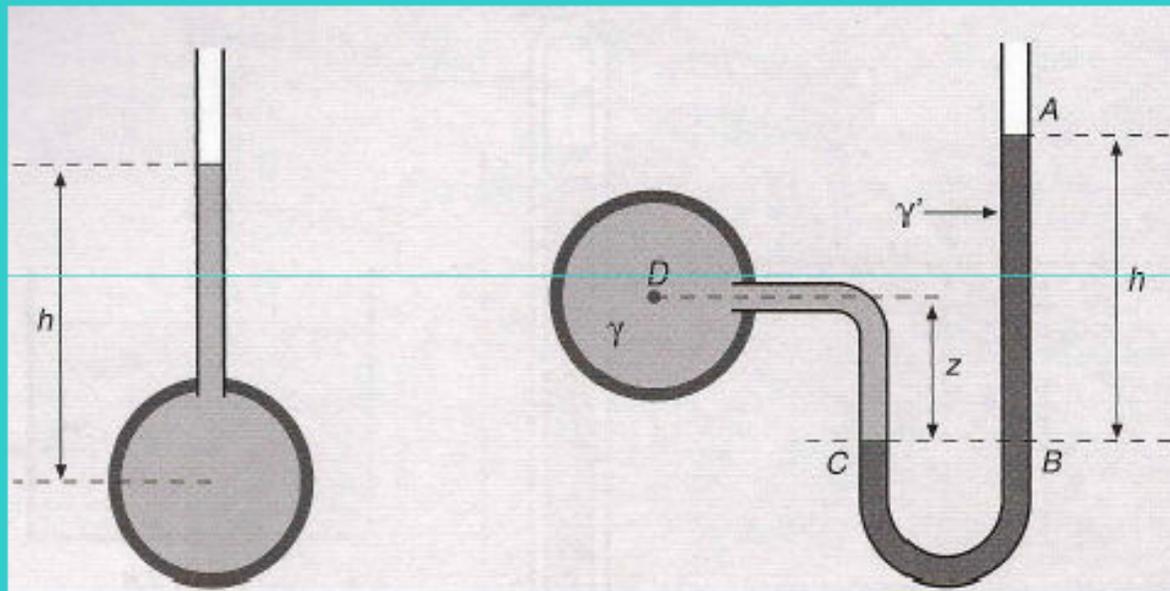
Falando em pressões relativas:

- ◆ A pressão existente sobre o nível da água em um reservatório tem valor zero;
- ◆ A pressão na tubulação de sucção de uma bomba ou de um aspirador de pó tem valor negativo;
- ◆ O vácuo absoluto recebe valor menos 1 atm ou -10.33 mH₂O.

MEDIDA DAS PRESSÕES

Tubo piezométrico ou piezômetro;

Tubo em U: pressões muito pequenas ou demasiadamente grandes para os piezômetros



em A, p_a

em B, $p_a + \gamma' h$

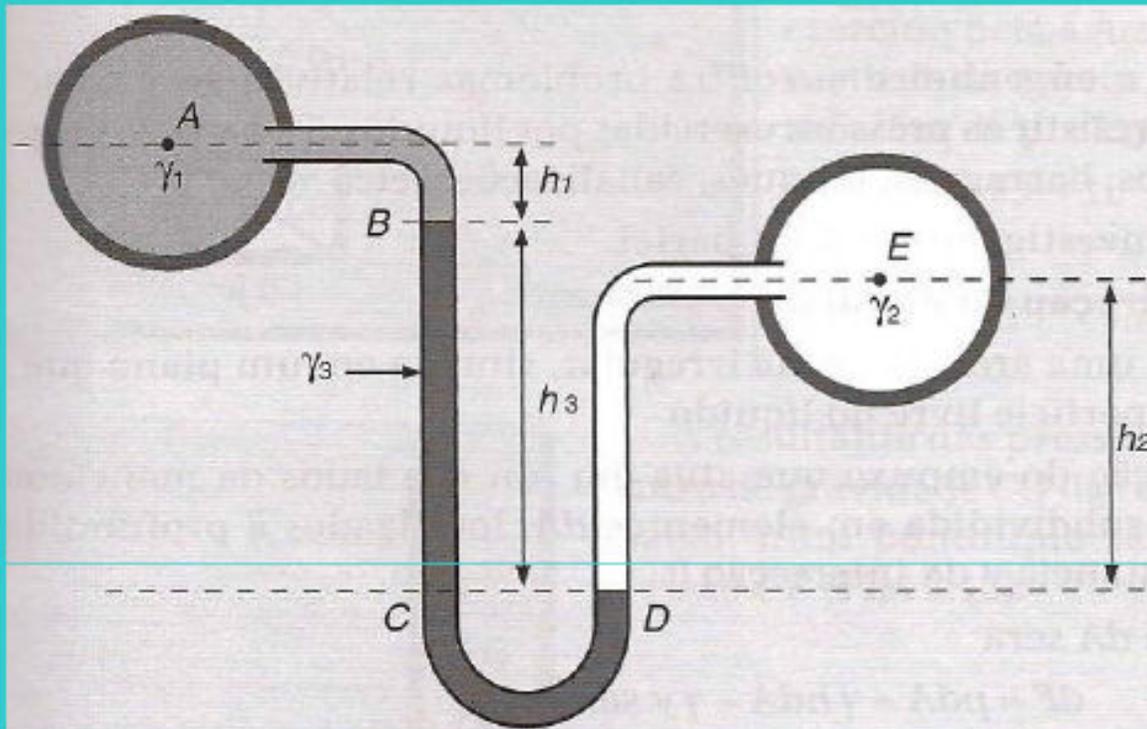
em C, $p_a + \gamma' h$

em D, $p_a + \gamma' h - \gamma z$

onde: γ = peso específico do líquido D;

γ' = peso específico do mercúrio ou do líquido indicador.

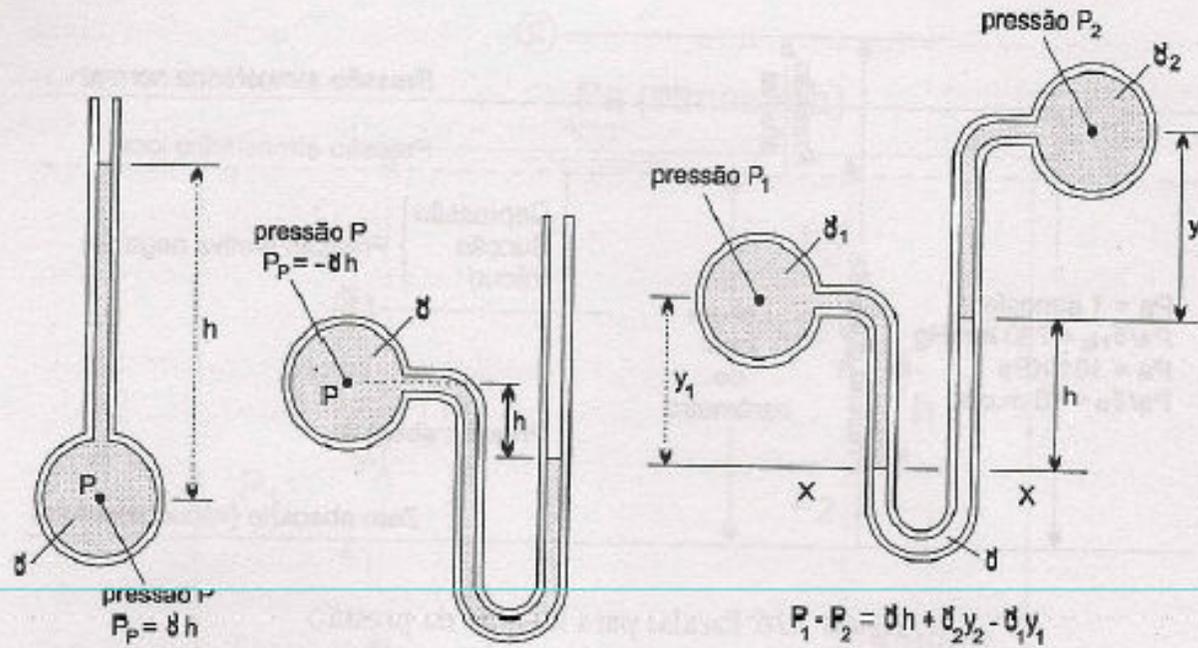
MEDIDA DAS PRESSÕES



$$p_C = p_A + h_1\gamma_1 + h_3\gamma_3 = p_D = p_E + h_2\gamma_2$$

$$\therefore p_E - p_A = h_1\gamma_1 + h_3\gamma_3 - h_2\gamma_2$$

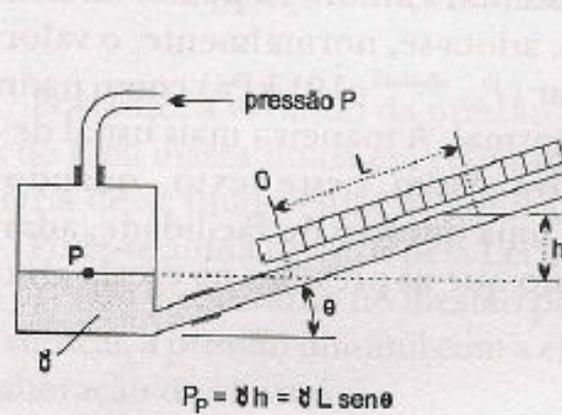
MEDIDA DAS PRESSÕES



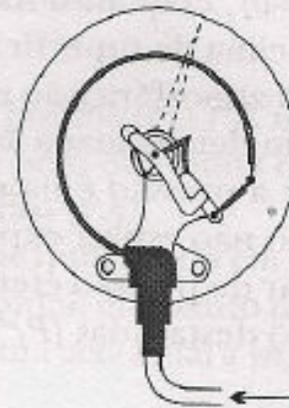
(a) Piezômetro

(b) Manômetro em "U"

(c) Manômetro diferencial



(d) Manômetro inclinado



(e) Manômetro de Bourdon

1. Pressão e Empuxo

Pressão: força atuante em determinada área

$$P = \frac{F}{A}$$

Empuxo: força resultante da pressão sobre uma área

$$E = P \times A$$

Exemplo: empuxo atuante sobre uma comporta circular

Dados:

Pressão: $P = 1000 \text{ kgf m}^{-2}$

Diâmetro: $D = 0,3 \text{ m}$

Área: $A = \frac{\pi D^2}{4} = 0,0707 \text{ m}^2$

Empuxo: $E = P \times A$

$$E = 1000 \times 0,707$$

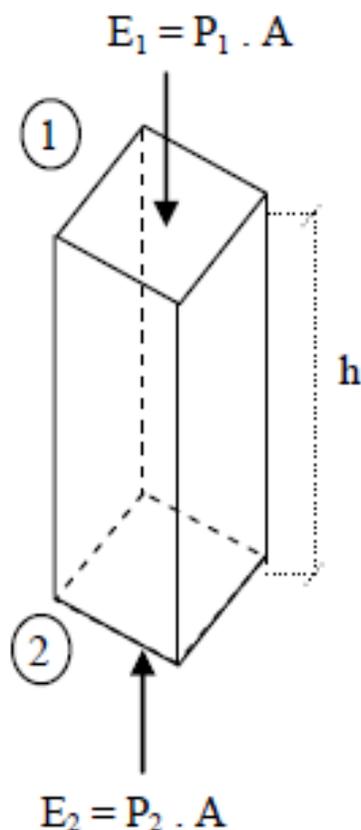
$$E = 70,7 \text{ kgf}$$

$$\text{SI: } E = 70,7 \times 9,81 = 693,6 \text{ N}$$

$$(1 \text{ kgf} = 9,81 \text{ N})$$

2. Pressão em uma coluna líquida (prisma)

Líquido em repouso (prisma uniforme)



Forças atuantes: empuxo (E_1 e E_2) e peso do líquido (F_P)

$$\text{Peso do líquido: } F_P = \gamma V_L$$

F_P – peso (força), kgf

γ - peso específico, kgf m^{-3}

$$(\gamma_{\text{água}} = 1000 \text{ kgf m}^{-3} \text{ ou } 9810 \text{ N m}^{-3})$$

V_L – volume, m^3

$$V_L = h \cdot A$$

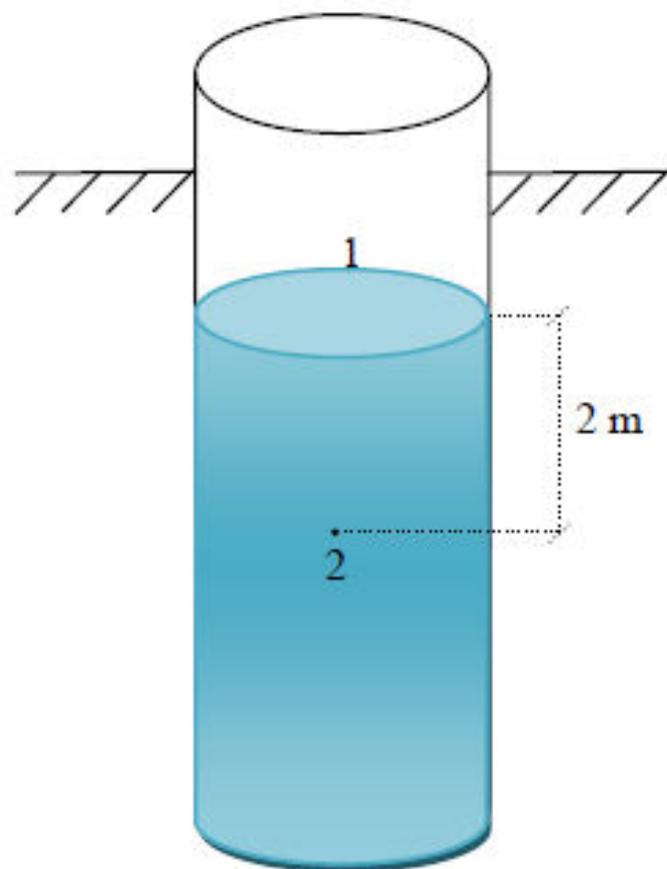
Líquido em repouso: $\sum F = 0$

$$P_1 \cdot A + \gamma \cdot h \cdot A - P_2 \cdot A = 0$$

$$P_1 - P_2 = \gamma \cdot h$$

Exemplos:

a) Pressão atuante em um ponto a 2 metros de profundidade em um poço de água.



Dados:

$$\gamma = 1000 \text{ kgf m}^{-3} \text{ ou } 9810 \text{ N m}^{-3}$$

$$h = 2 \text{ m}$$

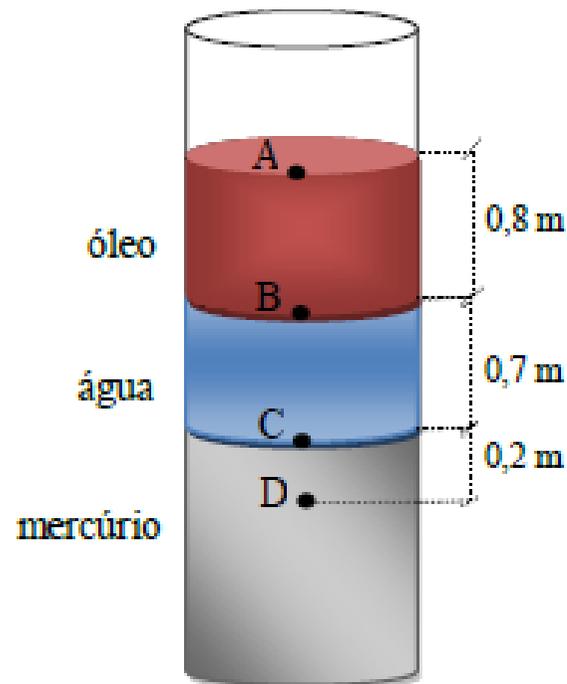
Cálculo:

$$P_2 - P_1 = \gamma \cdot h$$

$$P_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad P_2 = 1000 \times 2 = 2000 \text{ kgf m}^{-2}$$

(16620 N m⁻²)

b) Calcular a pressão relativa nos pontos A, B, C e D do esquema a seguir:



Dados:

$$\gamma_{\text{óleo}} = 850 \text{ kgf m}^{-3}$$

$$\gamma_{\text{água}} = 1000 \text{ kgf m}^{-3}$$

$$\gamma_{\text{mercúrio}} = 13600 \text{ kgf m}^{-3}$$

$$h_1 = 0,8 \text{ m}$$

$$h_2 = 0,7 \text{ m}$$

$$h_3 = 0,2 \text{ m}$$

Cálculos: $P = \gamma \cdot h$

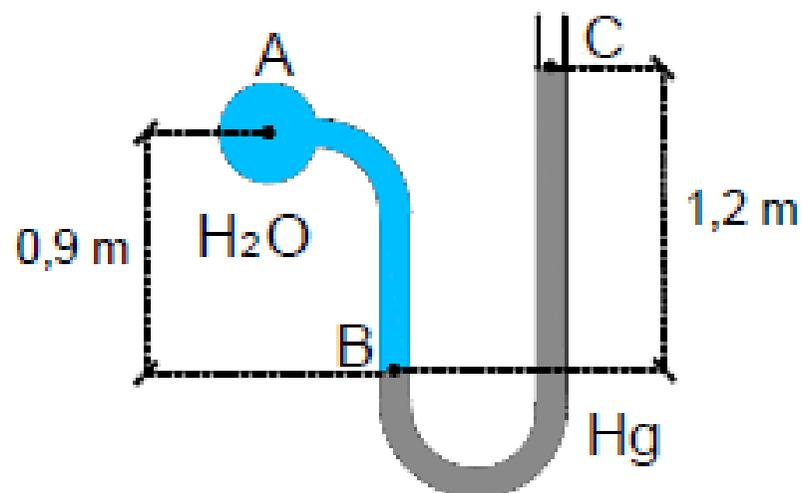
$$P_A = 0$$

$$P_B = P_A + 850 \times 0,8 = 680 \text{ kgf m}^{-2}$$

$$P_C = P_B + 1000 \times 0,7 = 1380 \text{ kgf m}^{-2}$$

$$P_D = P_C + 13600 \times 0,2 = 4100 \text{ kgf m}^{-2}$$

c) Calcular a pressão relativa no ponto A, no esquema a seguir:



Dados:

$$\gamma_{\text{água}} = 1000 \text{ kgf m}^{-2}$$

$$\gamma_{\text{mercúrio}} = 13600 \text{ kgf m}^{-2}$$

$$h_1 = 1,2 \text{ m}$$

$$h_2 = 0,9 \text{ m}$$

Princípio dos vasos comunicantes: a pressão é igual em dois pontos de um mesmo líquido, situados no mesmo nível (posição vertical).

$$P_C = 0$$

$$P_B = P_C + \gamma_{\text{Hg}} \cdot h_1 = 0 + 13600 \times 1,2$$

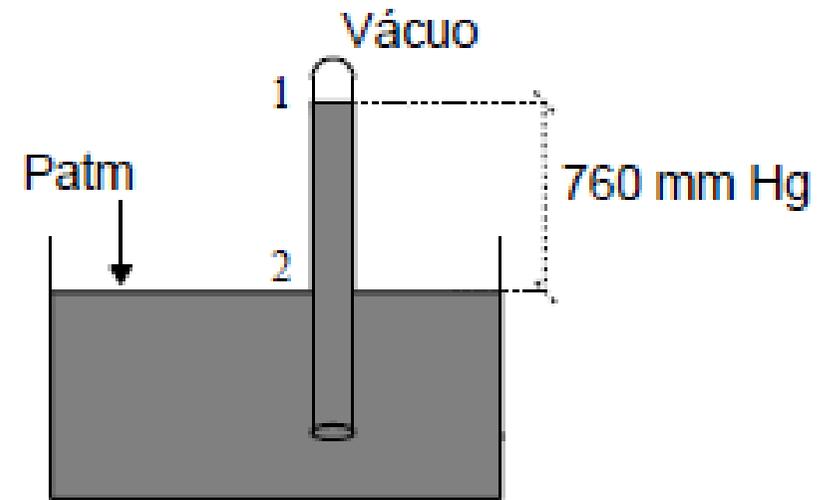
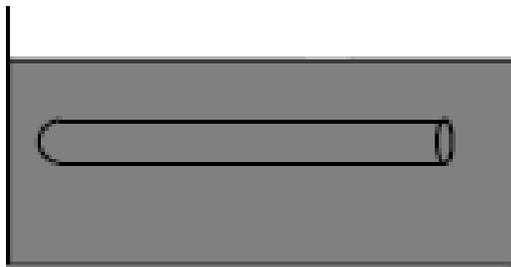
$$P_B = 16320 \text{ kgf m}^{-2}$$

$$P_A = P_B - \gamma_{\text{H}_2\text{O}} \cdot h_2 = 16320 - 1000 \times 0,9$$

$$P_A = 15420 \text{ kgf m}^{-2}$$

3. Pressão absoluta e pressão relativa

3.1) Torricelli – Coluna de mercúrio



$$P_2 - P_1 = \gamma h_{Hg}$$

$$P_1 = 0 \Rightarrow P_2 = \gamma h_{Hg}$$

$$P_2 = 13600 \times 0,76 = 10330 \text{ kgf m}^{-2}$$

Aplicação prática: sucção de água com bombas

Pressão relativa: medida em relação à P_{atm}

Pressão absoluta: $P_{abs} = P_{rel} + P_{atm \text{ local}}$

$$P_{rel} = 0 \Rightarrow P = P_{atm \text{ local}}$$

$$P_{abs} = 0 \Rightarrow P = 0 \text{ (zero absoluto ou vácuo)}$$

3.2) Variação da pressão atmosférica com a altitude local:

Medida prática:
$$P_{atm\ loc} = P_{atm\ (NM)} - \frac{0,12\ mca}{100} Alt_{loc}$$

$P_{atm\ loc}$ – pressão atmosférica local, em metros de coluna de água (mca)

$P_{atm\ (NM)}$ – pressão atmosférica ao nível do mar, em mca

Alt_{loc} – altitude local, em metros

Obs.: $1\ mca = 1000\ kgf\ m^{-2}$

$1\ atm = 10330\ kgf\ m^{-2}$ ou $10,33\ mca$

Exemplos:

D) Calcular a pressão atmosférica em Piracicaba

Altitude local: 600 m
$$P_{atm\ loc} = 10,33 - \frac{0,12\ mca}{100} \times 600$$

$$P_{atm\ loc} = 9,61\ mca$$

II) Calcular a pressão relativa e absoluta a 3 metros de profundidade de um lago situado a 1200 m de altitude.

$$P_{\text{atm loc}} = 10,33 - \frac{0,12 \text{ mca}}{100} \times 1200$$

$$P_{\text{atm loc}} = 8,89 \text{ mca}$$

$$P_{\text{rel}} = \gamma h = 1000 \times 3 = 3000 \text{ kgf m}^{-2} \text{ ou } 3 \text{ mca}$$

$$P_{\text{abs}} = P_{\text{rel}} + P_{\text{atm loc}} = 3 + 8,89 = 11,89 \text{ mca ou } 11890 \text{ kgf m}^{-2}$$

3.3) Unidades de medida de pressão

a) Sistema Internacional: N m^{-2} (Pascal)
múltiplos: kPa e MPa

b) kgf m^{-2}

c) dina cm^{-2} (baria)

Múltiplo: $1 \text{ bar} = 10^6 \text{ baria} \approx 10000 \text{ kgf m}^{-2}$ ou 1 kgf cm^{-2}

d) mca

$1 \text{ mca} = 1000 \text{ kgf m}^{-2}$

e) Atmosfera física

$1 \text{ atm} = 10,33 \text{ mca}$

f) Atmosfera técnica

$1 \text{ atm}^* = 10 \text{ mca}$ ou 1 kgf cm^{-2}

g) milímetros de mercúrio

$$760 \text{ mm Hg} = 1 \text{ atm física (759,56 mm)}$$

$$10,33 \text{ mca}$$

$$10330 \text{ kgf m}^{-2}$$

$$P = \gamma h = 13600 \times 0,75956 = 10330 \text{ kgf m}^{-2}$$

$$10330 \times 9,81 = 133416 \text{ N m}^{-2}$$

h) PSI (pounds per squared inch)

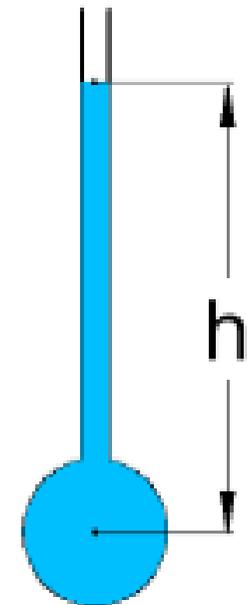
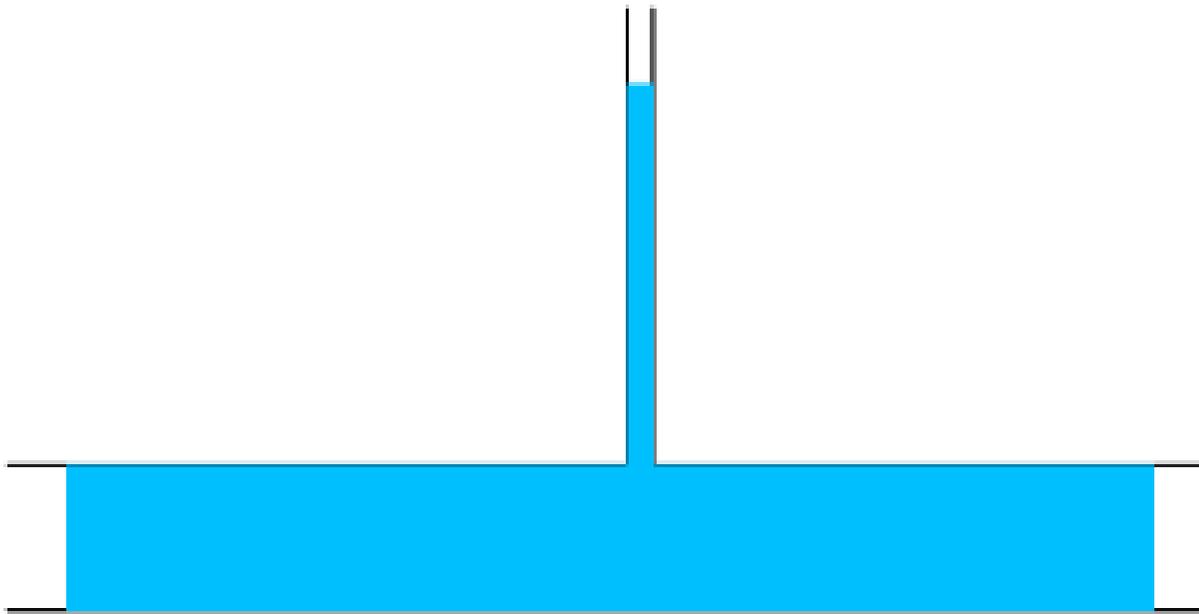
PSI: libra-força por polegada quadrada

$$1 \text{ PSI} = 702,85 \text{ kgf m}^{-2} = 0,70285 \text{ mca ou } 0,070285 \text{ atm}^*$$

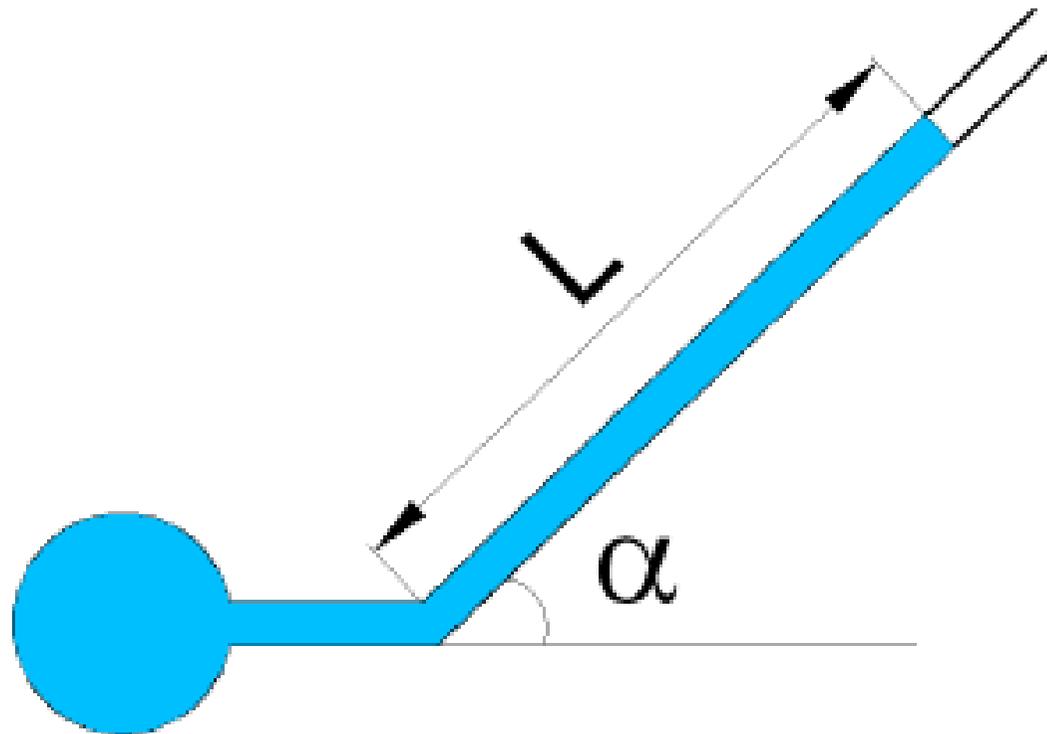
3.4) Medidores de pressão

a) Piezômetros (medição de pressão relativa)

- Piezômetro vertical



- Piezômetro inclinado

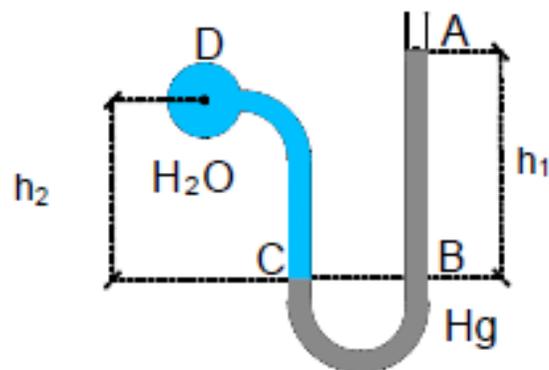


$$P = \gamma h \quad h = L \text{ sen } \alpha$$

$$P = \gamma L \text{ sen } \alpha$$

Indicados para pressões baixas
(líquidos de peso específico baixo)

b) Tubo "U" (manômetro)



Indicado para pressões mais altas
(líquidos de peso específico alto)

Cálculo de pressão com tubo "U"

$\Sigma p = 0$ (Sistema estático)

$$P_A + \gamma_{Hg} \cdot h_1 - \gamma_{H_2O} \cdot h_2 - P_D = 0 \quad \text{ou} \quad P_D + \gamma_{H_2O} \cdot h_2 - \gamma_{Hg} \cdot h_1 - P_A = 0$$

Exemplo:

$$h_2 = 0,7 \text{ m}$$

$$h_1 = 1 \text{ m}$$

$$\gamma_{Hg} = 13600 \text{ kgf m}^{-3}$$

$$\gamma_{H_2O} = 1000 \text{ kgf m}^{-3}$$

$$P_A = 0$$

$$P_D = ?$$

$$P_A + \gamma_{Hg} \cdot h_1 - \gamma_{H_2O} \cdot h_2 - P_D = 0$$

$$0 + 13600 \cdot 0,7 - 1000 \cdot 1 - P_D = 0$$

$$P_D = - 8520 \text{ kgf m}^{-2} \quad \text{ou} \quad - 8,52 \text{ mca}$$

(Pressão relativa)