

HIDRÁULICA AGRÍCOLA

CONCEITOS INTRODUTÓRIOS

O QUE É HIDRÁULICA?

Conceitos Fundamentais

Hidráulica

É a ciência que estuda a condução da água

ETMOLOGIA

Grego { **Hydros = Água**
Aulos = Condução

HIDRÁULICA AGRÍCOLA

× Conceito de Hidráulica

Significado etimológico = Condução de água (grego **Hydor**, água e **aulos**, tubo, condução)

Atualmente emprego mais amplo = é o estudo do comportamento da água e de outros líquidos, quer em repouso, quer em movimento.

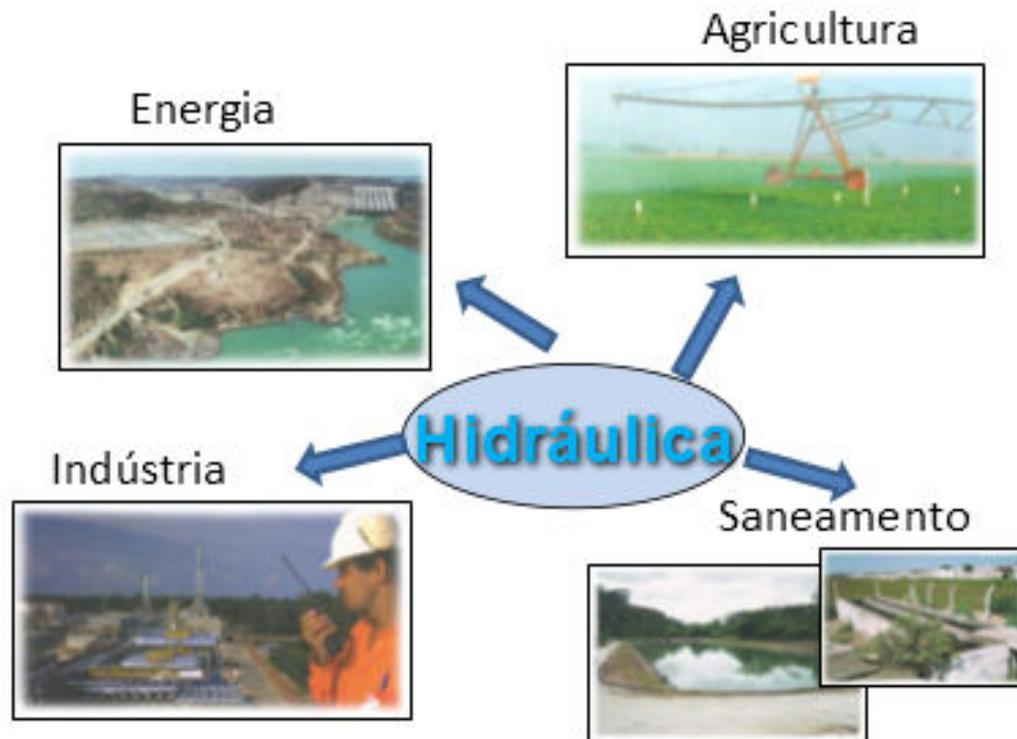
É a arte de captar, conduzir, elevar e utilizar a água, aplicando-lhe as leis da mecânica dos líquidos.

Parte da Mecânica Aplicada que estuda o comportamento da água e dos demais líquidos em repouso ou em movimento, tratando ainda de estabelecer as leis respectivas.

Conceito mais Abrangente

- Hidráulica é a área da engenharia que aplica os conceitos de Mecânica dos Fluidos na resolução de problemas ligados à:

- CAPTAÇÃO;
- ARMAZENAMENTO;
- CONTROLE e
- USO DA ÁGUA



HIDRÁULICA AGRÍCOLA

× Hidráulica Geral ou teórica

- + Hidrostática
- + Hidrodinâmica
- + Hidrocinemática

Hidráulica Aplicada ou Hidrotécnica

Eng. Civil (Portos, abastecimento de água)

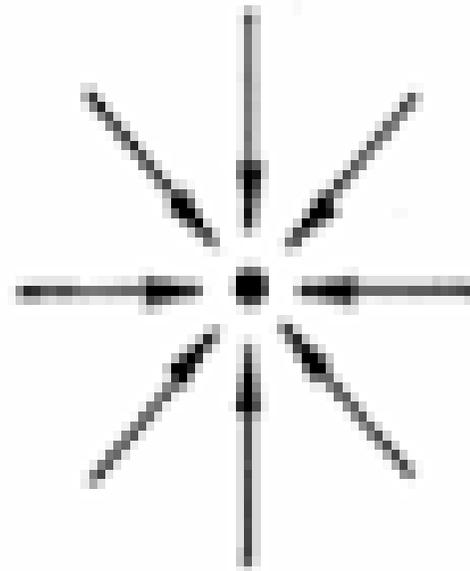
Eng. Sanitária e Ambiental (Qualidade da água)

Eng. Mecânica (Sistemas hidráulicos de máquinas)

Eng. de Alimentos (Movimentação de produtos nas agroindústrias)

Eng. Agr. (sistemas de irrigação, drenagem).

A **hidrostática**, que também pode ser chamada de estática dos fluidos ou fluidostática (**hidrostática** refere-se a água, que foi o primeiro fluido a ser estudado, assim por razões históricas mantém-se o nome) é a parte da física que estuda as forças exercidas por e sobre fluidos em repouso.



- A **Hidrodinâmica** tem por objetivo geral o estudo do movimento dos fluidos.
- O movimento dos fluidos pode ser classificado como:

Classificação do Movimento dos Fluidos	➤ Permanente (em um mesmo ponto as propriedades não variam ao longo do tempo)	➤ Uniforme (as propriedades não variam ao longo do espaço)	
		➤ NãoUniforme	Acelerado
	➤ Variado (em um mesmo ponto as propriedades variam ao longo do tempo)		
Retardado			

hidrocinética

A Hidrocinética estuda o movimento de fluidos. A turbina hidrocinética é um modelo alternativo de geração de energia, que utiliza somente a correnteza dos rios, sem a necessidade de construção de barragem e formação de lago. ...



hidrocinemática

estudo do escoamento de fluidos incompressíveis sem procurar estabelecer as relações com as forças determinantes do movimento.

EVENTOS HISTÓRICOS

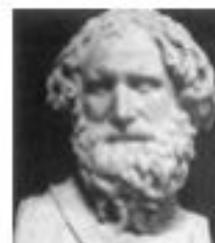
INVENÇÕES	AUTORES	ANO	PAÍS
Esgotos		3750 AC	Babilônia
Drenagem	Empédocles	450 AC	Grécia
Bombas de pistão		200/120 AC	Grécia
Aquedutos romanos		150 AC	Roma
Termas romanas		20 AC	Roma
Compressor de ar	Von Guericke	1654	Alemanha
Tubos de ferro fundido	Jordan	1664	França
Bomba centrífuga	Jordan	1664	França
Máquina a vapor	Papin	1680	França

Aspectos Históricos

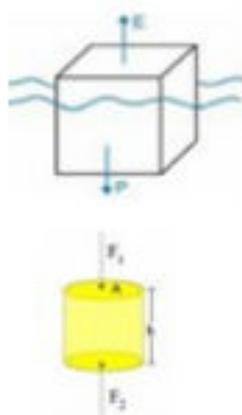
- A Hidráulica esteve presente ao longo de praticamente toda a história da humanidade.
- Disponibilidade → variável no tempo e no espaço
- Necessidade de compatibilizar
 - Oferta X Demanda → transportando de locais onde está disponível para locais onde é necessária.

Aspectos Históricos

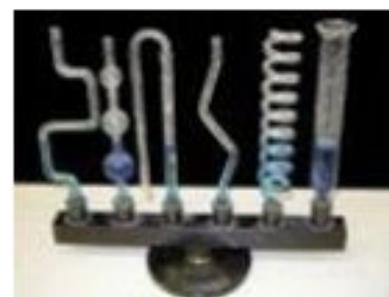
- Primeiros pensamentos efetivamente científicos relativos à Hidráulica → GREGOS



Século III a.C → ARQUIMEDES



Princípios da Hidrostática e Equilíbrio dos Corpos Flutuantes



Aspectos Históricos

- ROMANOS →

Postura diferente da dos Gregos.
Dão mais enfoque à construção do que à criação intelectual

↓
Empreendimentos de Engenharia



CONSTRUÇÃO DE
DIVERSOS
AQUEDUTOS:

Em Roma: 11 aquedutos
Vazão: 4000 L/s
~ 345 L/hab dia

Aspectos Históricos

- Idade Média → Não foram observados grandes avanços para a Engenharia Hidráulica
- Renascimento (Séc. XVI)
 - Leonardo da Vinci → **Escola Italiana:**
 - Conservação da Massa, influência atrito no escoamento, velocidade de propagação das ondas.
- Séc. XVII → Contribuições de matemáticos e físicos → Surge a Hidrodinâmica
 - Newton, Euler, Pascal, Boyle, Leibnitz, Bernoulli

Aspectos Históricos

- Século XVIII →

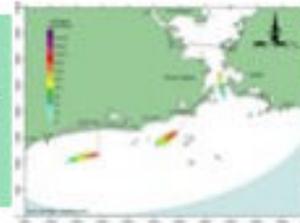
Grandes progressos da Hidráulica, com base na experimentação → França e Itália (Pitot, Chézy, Venturi)

- Séc. XIX →

Hidráulicos Práticos → Introdução dos conceitos de velocidade e turbulência → Reynolds, Hazen e Poiseuille, Bresse, Weisbach e Darcy → PERDA DE CARGA

- Séc. XX → Mecânica dos Fluidos → Karman, Nikuradse, Moody, Colebrook, etc.

Atualmente com o advento da INFORMÁTICA é possível modelar os escoamentos com os MÉTODOS NUMÉRICOS E COMPUTACIONAIS.



EVENTOS HISTÓRICOS NO BRASIL

EVENTOS	ANO	CIDADE
Primeiro sistema de abastecimento de água	1723	Rio de Janeiro
Primeira cidade com rede de esgotos	1864	Rio de Janeiro
Primeira hidrelétrica (para mineração)	1883	Diamantina
Primeira hidrelétrica (para abastecimento público)	1889	Juiz de Fora

1.2. SISTEMAS DE UNIDADE

O que é maior, 8 ou 80?

A pergunta carece de sentido porque não há termo de comparação.

8m^3 é mais que 80 litros (80 dm^3)

Poderia ser de outra forma 8kg ou 80kg.

1.2. SISTEMAS DE UNIDADE

- 1.2.1. Sistema Internacional ou Absoluto (uso oficial no Brasil) - Unidades fundamentais

GRANDEZA	DIMENSÃO	UNIDADE DE MEDIDA	SÍMBOLO
Comprimento	L	Metro	m
Massa	M	Quilograma	kg
Tempo	T	Segundo	s
Intensidade de Corrente Elétrica	I	Ampére	A
Temperatura	θ	Kelvin	K
Quantidade de matéria	η	Mole	Mol
Intensidade Luminosa	I	Candela	cd

1.2. SISTEMAS DE UNIDADE

- × 1.2.2. Sistema Técnico ou Gravitacional - Unidades fundamentais

GRANDEZA	DIMENSÃO	UNIDADE DE MEDIDA	SÍMBOLO
Massa	M	(Quilograma força X segundo)/massa unidade técnica de massa	kgf.s/m (utm)
Comprimento	L	Metro	m
Força	F	Quilograma força	kgf
Tempo	T	Segundo	s

Observação

A passagem de um sistema ao outro é feita pela aplicação da segunda lei de Newton ($F = m \times a$), estabelecendo dessa maneira que:

- **1 N = 1 kg.m/s²**
- **1 kgf = 9,81 N**
- **1 utm = 1 kgf.s²/m**
- **1 utm = 9,81 kg**

1.3. UNIDADES DERIVADAS DE MAIOR IMPORTÂNCIA (SISTEMA INTERNACIONAL)

GRANDEZA	DIMENSÃO	UNIDADE DE MEDIDA	SÍMBOLO
Força (F)	MLT^{-2}	Newton	N ($kg \cdot m \cdot s^{-2}$)
Pressão (p)	$MLT^{-2}L^{-2}$	Pascal	Pa ($N \cdot m^{-2}$)
Volume (v)	L^3	Metro cúbico	m^3
Vazão (Q)	L^3T^{-1}	Metro cúbico por segundo	$m^3 \cdot s^{-1}$

1.3. UNIDADES DERIVADAS DE MAIOR IMPORTÂNCIA (SISTEMA INTERNACIONAL)

GRANDEZA	DIMENSÃO	UNIDADE DE MEDIDA	SÍMBOLO
Velocidade (V)	LT^{-1}	Metros por segundo	$m.s^{-1}$
Massa específica (ρ)	ML^{-3}	Quilograma por metro cúbico	$kg.m^{-3}$
Peso específico (γ)	$MLT^{-2}L^{-2}$	Newton por metro cúbico	$N.m^{-3}$
Potência (Q)	$MLT^{-2}LT^{-1}$	Watt	$W (kg.m^2.s^{-3})$

1.3. UNIDADES DERIVADAS DE MAIOR IMPORTÂNCIA (SISTEMA TÉCNICO)

GRANDEZA	DIMENSÃO	UNIDADE DE MEDIDA	SÍMBOLO
Massa	$FL^{-1}T^2$	Unidade Técnica de Massa	UTM (kgf.s ² .m)
Pressão (p)	FL^{-2}	Quilograma força por metro quadrado	Kgf.m ⁻²

1.4. UNIDADES DE MEDIDA TRADICIONAIS

GRANDEZA	UNIDADE DE MEDIDA	SÍMBOLO
Potência (P)	Cavalo Vapor (CV)	1CV = 735,5 W
Pressão (p)	Atmosfera (atm)	1 atm = 101.325 Pa
Pressão (p)	Bar (bar)	1 bar = 100.000 Pa
Pressão (p)	Milímetro de mercúrio (mm Hg)	1 mm Hg = 133,322 Pa
Pressão (p)	Metro de coluna de água (mH ₂ O ou m.c.a.)	1 mH ₂ O = 9.800 Pa

EXEMPLO:

Determinar a massa em kg e utm de um corpo que pesa 100N? Adotar $g = 10 \text{ m/s}^2$

Solução:

a) Massa em kg

$$p = mg \rightarrow m = \frac{p}{g} \rightarrow m = \frac{100N}{10m \cdot s^{-2}} \rightarrow m = \frac{100kg \cdot m \cdot s^{-2}}{10m \cdot s^{-2}}$$

$$m = 10kg$$

EXEMPLO1:

Determinar a massa em kg e utm de um corpo que pesa 100N? Adotar $g = 10 \text{ m/s}^2$

Solução:

b) Massa em utm

$$m = \frac{p}{g} \rightarrow m = \frac{10\text{kgf}}{10\text{m} \cdot \text{s}^{-2}} \rightarrow m = 1 \frac{\text{kgf}}{\text{m} \cdot \text{s}^{-2}} = 1 \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \text{s}^2$$

$$m = 1\text{utm}$$

EXEMPLO2:

Um dinamômetro corretamente calibrado dá como peso de um corpo 10kgf. Sabendo-se que $g = 9,81\text{m/s}^2$, determinar a massa do corpo no SI e no ST.

Solução:

a) Massa do corpo no SI

$$p = m \times g \quad \rightarrow \quad 10\text{kgf} = m \times g$$
$$10(\text{g.kg}) = m \times g \quad \rightarrow \quad m = 10\text{kg}$$

b) Massa do corpo no ST

$$p = m \times g \quad \rightarrow \quad 10\text{kgf} = m \times \left(9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$
$$m = 1,0194 \left(\frac{\text{kgf}}{\text{m}} \text{s}^2\right) \quad \rightarrow \quad m = 1,0194 \text{utm}$$

1.5. CARACTERÍSTICAS DOS FLUIDOS

O que são fluidos?

O que você entende por fluidos?

Propriedades dos Fluidos

- Massa Específica (ou densidade absoluta)
- Densidade Relativa
- Peso Específico
- Pressão
- Princípio de Stevin
- Viscosidade do Fluido (Newtoniano)
- Vazão

Propriedades dos Fluidos

- **Massa Específica (ou densidade absoluta)**

- É a relação entre a massa da porção do fluido e o seu volume

$$\rho = \frac{m}{V}$$

- Características:

- Varia com a pressão e temperatura

Unidades de Massa Específica:

- Sistema MKFS (técnico: F,L,T): utm/m^3 ou $\text{kgf.s}^2/\text{m}^4$
- Sistema MKS (INTERNACIONAL: L,M,T): kg/m^3
- Sistema CGS: g/cm^3
- $\rho_{\text{água}} = 1000\text{kg/m}^3$ ou $102 \text{ kgf.s}^2/\text{m}^4$
- $\rho_{\text{água}} = 1,0\text{g/cm}^3$

Propriedades dos Fluidos

- **Peso Específico () γ**

- É a relação entre o peso de uma certa porção de fluido e o seu volume.

$$\gamma = \frac{\text{peso}}{\text{volume}} = \frac{\text{massa} \times g}{\text{volume}} = \rho \times g$$

- Unidades:

- Unidade de Peso Específico:

- Sistema MKFS (técnico): kgf/m^3

- Sistema MKS: N/m^3

- $\gamma_{\text{água}} : 1000\text{kgf/m}^3 = 10000 \text{ N/m}^3$

Propriedades dos Fluidos

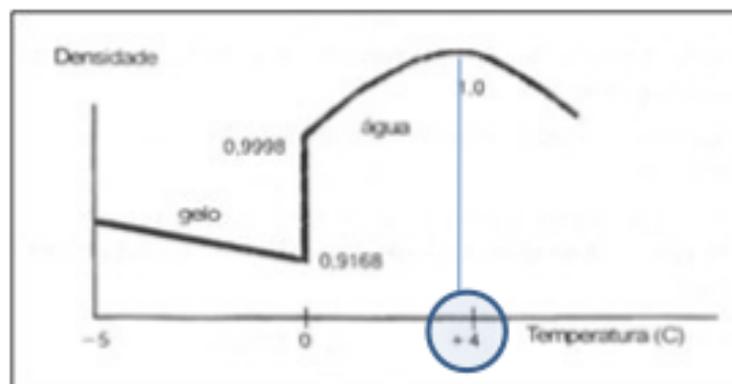
- Densidade Relativa

- É a relação entre o peso específico de uma substância e o peso de uma outra tomada como referência. Para os líquidos, a água é o fluido tomado como referência

$$dr = \frac{\gamma_s}{\gamma_{\text{agua}}} = \frac{\rho_s \times g}{\rho_{\text{agua}} \times g} = \frac{\rho_s}{\rho_{\text{agua}}}$$

- Características:

$$\left\{ \begin{array}{l} dr_{\text{agua}} = 1,0 \\ dr_{\text{Hg}} = 13,6 \end{array} \right.$$



Propriedades dos Fluidos

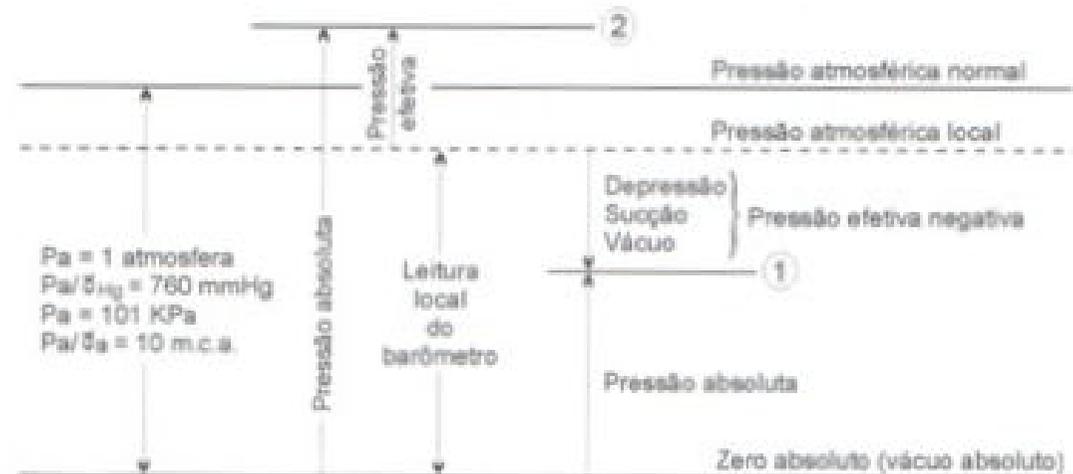
- Pressão: Piezômetros e Manômetros

- É a relação entre a força normal que age numa superfície plana e sua área.

$$\vec{P} = \frac{\vec{F}}{A}$$

- Unidade: MKS

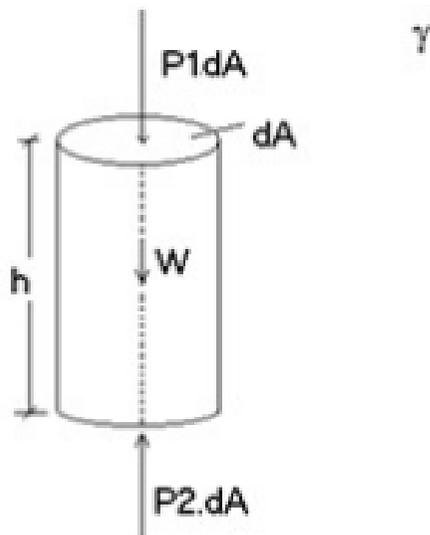
$$1Pa = \frac{1N}{m^2}$$



Propriedades dos Fluidos

- Lei de Stevin

- A diferença de pressão entre dois pontos no interior de uma porção de fluido **em equilíbrio**, é igual ao produto do **DESNÍVEL** entre eles e seu peso específico.



$$\sum F_Y = 0$$

$$-P_1 dA - \gamma h dA + P_2 dA = 0$$

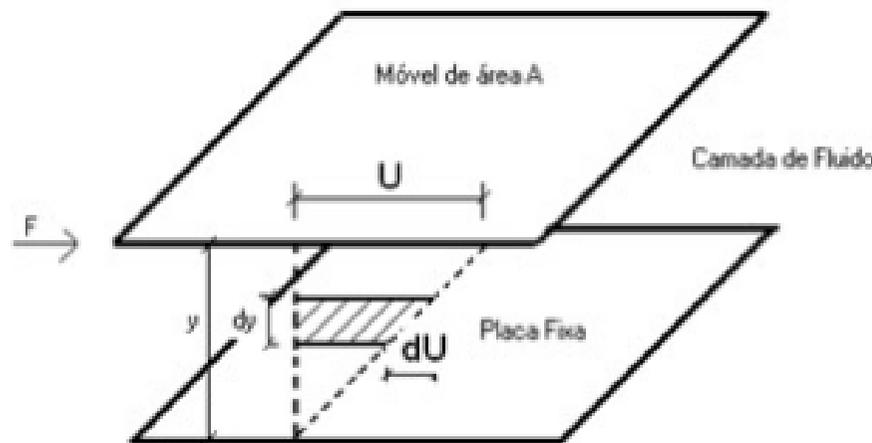
$$-P_1 dA + P_2 dA = \gamma h dA$$

$$P_2 - P_1 = \gamma h$$

- $1 \text{ mca} = 0,1 \text{ kgf/cm}^2 = 0,01 \text{ MPa}$

Propriedades dos Fluidos

- **Viscosidade Dinâmica : Lei de Newton da Viscosidade**
 - Para um fluido Newtoniano a tensão tangencial é proporcional ao gradiente de velocidades. O fator de proporcionalidade é a viscosidade dinâmica do fluido.



$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{dU}{dy} \quad \tau = \text{kgf} / \text{m}^2 \quad \frac{U}{y} = 1 / \text{s}$$

Unidades de Viscosidade:

Sistema MKFS: kgf.s/m^2

Sistema MKS: kg/m.s

- A viscosidade se evidencia com o movimento e é percebida como a resistência ao escoamento

Propriedades dos Fluidos

- **Viscosidade Cinemática do Fluido**
 - É a relação entre viscosidade dinâmica do fluido e a massa específica.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

- **Unidades de Viscosidade Cinemática:**
 - Sistema MKS: m²/s

Propriedades dos Fluidos

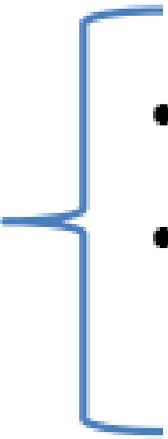
- **Vazão**
 - É a relação entre o volume do líquido que flui por determinada seção transversal na unidade de tempo.

$$Q = \frac{\text{Volume}}{\text{Tempo}}$$

- Unidades :

$$\frac{m^3}{s}, \frac{l}{s}, \frac{m^3}{dia}, \frac{l}{h}, \frac{ml}{min}$$

Princípios da Hidráulica

- 
- Princípio da Conservação da Massa
 - Princípio da Conservação da Energia

Princípio da Conservação da Massa

Equação da Continuidade

- A massa não pode ser criada nem destruída.
- A massa de água que entra em um conduto (forçado ou livre) é a mesma que sai do conduto, se não houver contribuição ou retirada do fluido, ao longo do escoamento.



$$Q_A = Q_B$$

— Logo:

- $U_A \cdot S_A = U_B \cdot S_B$

- $S_A > S_B$

$$U_A < U_B$$

mas: $Q = U \cdot S$

Princípio da Conservação da Energia: Eq. Bernoulli

- A Equação de Bernoulli: Primeira Lei da Termodinâmica, que se define:

“A energia não pode ser criada nem destruída apenas transformada”.

Fluido Perfeito /Ideal:

- Abstração física
- Sem viscosidade e incompressível ($\rho = \text{cte}$)

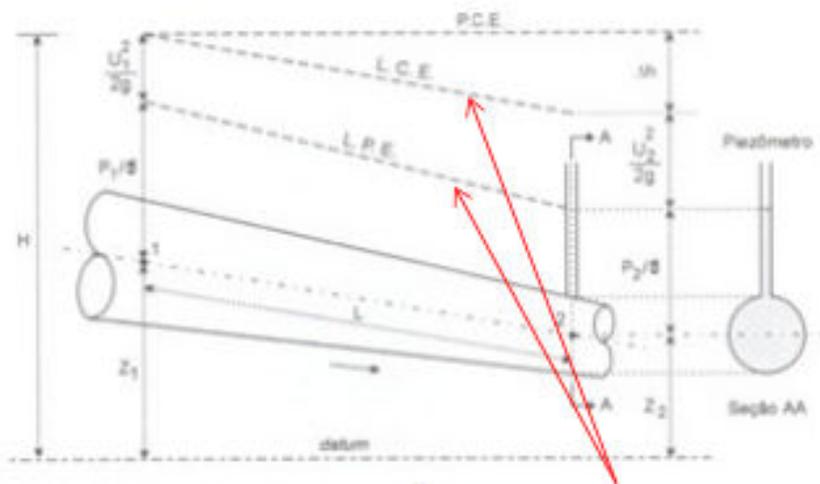
$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g} = \dots = Z_n + \frac{P_n}{\gamma} + \frac{U_n^2}{2g}$$

Princípio da Conservação da Energia (Equação de Bernoulli)

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g} + \Delta h$$

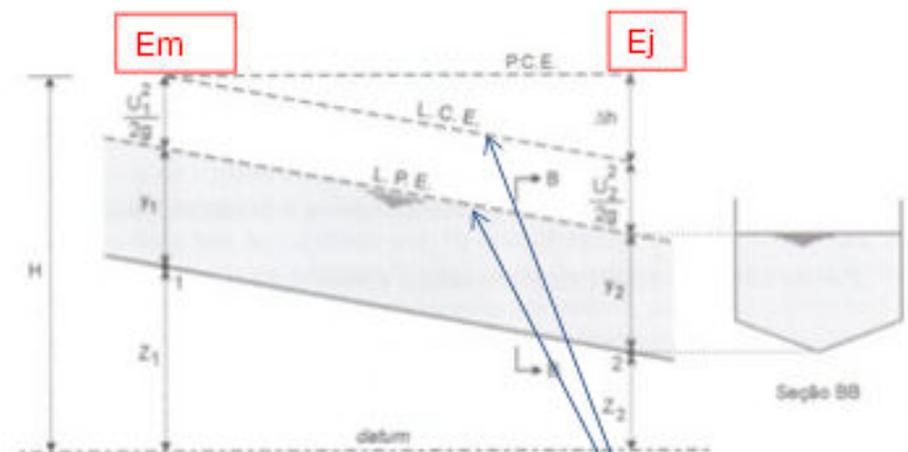


$$\Delta h = \left(Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} \right) - \left(Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g} \right)$$



Conduto Forçado

OBS: LCE não está paralela à LPE, por que?



Conduto Livre

São paralelas

PCE = Plano de Carga Efetivo (Ideal) = $Z + P/\gamma + U_1^2/2g + \Delta h$

LCE = Linha de Carga Efetiva (Real) = $Z + P/\gamma + U_1^2/2g$

LPE = Linha Piezométrica = $Z + P/\gamma$

1.5. CARACTERÍSTICAS DOS FLUIDOS

Fluidos são substâncias ou corpos cujas moléculas ou partículas têm a propriedade de se mover, umas em relação às outras, sob a ação de forças de mínima grandeza.

1.5. CARACTERÍSTICAS DOS FLUIDOS

Os estados da matéria podem ser divididos em sólidos e fluidos. Os sólidos tendem a ser rígidos, mantendo a forma, enquanto os fluidos tendem a escoar.

Os fluidos incluem os líquidos, que fluem até ocupar as regiões mais baixas para preencher os recipientes, e os gases, que se expandem para encher os recipientes.

1.5. CARACTERÍSTICAS DOS FLUIDOS

- × Denominamos fluidos, os corpos que não têm forma própria. Quando encerrados num recipiente, os fluidos adquirem a forma do recipiente. Os líquidos e os gases são considerados fluidos.
- × Os líquidos têm volume praticamente invariável. Quando se transfere água de um recipiente para outro, seu volume permanece o mesmo.
- × Os gases têm volume variável, ocupando totalmente o recipiente que os contém.

1.6. PROPRIEDADES DOS LÍQUIDOS

1.6.1. MASSA ESPECÍFICA (ρ)

Massa específica é a grandeza que dá a medida da concentração da massa de uma substância num determinado volume.

- $\rho_{H_2O} = 1.000 \text{ kg/m}^3 \text{ (SI)}$
- $\rho_{H_2O} = 102 \text{ UTM/m}^3 \text{ (ST)}$

$$\rho = \frac{\textit{massa}}{\textit{volume}}$$

MASSA ESPECÍFICA DE ALGUNS LÍQUIDOS

Substância (à pressão normal de 1,0 atm)	ρ (kg/m ³) (Sistema Internacional)
Gasolina (a 15°C)	740
Álcool etílico (a 0°C)	790
Água do mar (a 0°C)	1030
Água (a 4°C)	1000
Glicerina (a 0°C)	1.260
Mercúrio (a 0°C)	13.600

1.6. PROPRIEDADES DOS LÍQUIDOS

1.6.2. PESO ESPECÍFICO (γ)

Peso específico é a grandeza que dá a medida do peso de uma substância num determinado volume.

$$\gamma = \frac{\textit{peso}}{\textit{volume}}$$

✗ $\gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 9.800 \text{ N/m}^3$

✗ $\gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 1.000 \text{ kgf/m}^3$

$$\gamma = \rho \cdot g$$

1.6. PROPRIEDADES DOS LÍQUIDOS

1.6.3. Densidade relativa de um líquido (d)

Densidade relativa é a relação entre a massa específica de um líquido e a massa específica de outro fluido tomado como referência. Geralmente tomamos a água como referência.

Este parâmetro tem a vantagem de ser expresso sem unidades. Exemplos:

$$d_{H_2O} = 1,0$$

$$d_{Hg} = 13,6$$

$$d = \frac{\rho}{\rho_{refer\hat{e}ncia}}$$

1.6. PROPRIEDADES DOS LÍQUIDOS

1.6.4. Viscosidade

Os fluidos que existem na natureza sempre apresentam uma espécie de atrito interno, ou viscosidade.

Substâncias como a água e o ar apresentam pequena viscosidade (escoam com facilidade), enquanto que outras substâncias, como a glicerina e o óleo apresentam viscosidade elevada (apresentam maior resistência à deformação).

1.6. PROPRIEDADES DOS LÍQUIDOS

Viscosidade é a propriedade dos líquidos responsável pela sua resistência à deformação.

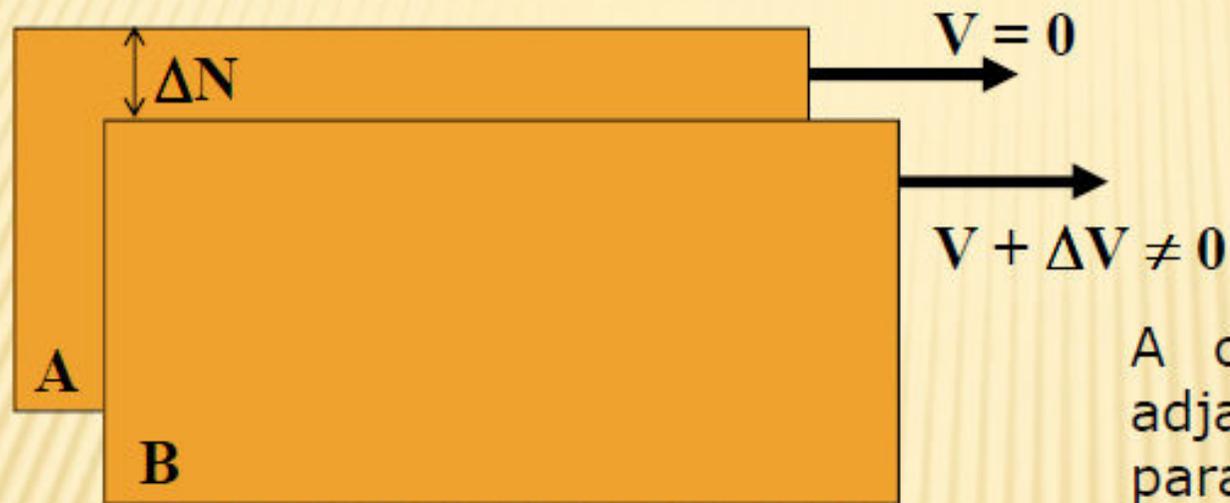
A viscosidade está diretamente relacionada com a coesão, que é a força de atração entre as moléculas do líquido.

1.6. PROPRIEDADES DOS LÍQUIDOS

Quando um líquido escoar em contato com uma parede sólida, como acontece dentro de um tubo, não há escorregamento direto do líquido sobre a parede.

Razão: parte das moléculas do líquido aderem à parede formando uma fina película.

1.6. PROPRIEDADES DOS LÍQUIDOS



$$F = \mu A \frac{\Delta v}{\Delta n}$$

A camada de líquido adjacente à que está parada, ao escoar, promove um arrastamento sobre a película e sobre a parede do tubo.

μ = coeficiente característico do fluido, em determinada temperatura e pressão, que se denomina coeficiente de viscosidade ou viscosidade dinâmica.

1.6. PROPRIEDADES DOS LÍQUIDOS

A ação da viscosidade traduz-se pelo aparecimento de forças resistentes ao escoamento, que promovem dissipação de parte da energia que o fluido em movimento possui.

PERDA DE ENERGIA

1.6. PROPRIEDADES DOS LÍQUIDOS

Viscosidade cinemática (ν)

É dada pela razão entre a viscosidade dinâmica e a massa específica do fluido

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

1.6. PROPRIEDADES DOS LÍQUIDOS

Coesão e adesão

A coesão decorrem da atração entre moléculas de mesma natureza.

A adesão é a propriedade que as substâncias possuem de se unirem a outras de natureza diferente.

1.6. PROPRIEDADES DOS LÍQUIDOS

Tensão superficial.

Pode ser verificada na interface (superfície de separação) de dois fluidos não miscíveis, destacando-se aquela formada pela água e o ar atmosférico.

1.6. PROPRIEDADES DOS LÍQUIDOS

Elasticidade volumétrica ou cúbica (ϵ)

Todas as substâncias são compressíveis em maior ou menor grau, sofrendo redução de volume quando sujeitos a esforços de compressão; conseqüentemente, ocorre um aumento da sua massa específica.

Assim, se sob um aumento de pressão Δp , o V do fluido sofre uma redução Δv , denomina-se módulo de elasticidade volumétrica ou cúbica a relação:

1.6. PROPRIEDADES DOS LÍQUIDOS

Elasticidade volumétrica ou cúbica (ε)

$$\varepsilon = -\frac{\Delta p}{\frac{\Delta v}{V}} \quad \text{ou} \quad \varepsilon = -\frac{\Delta p}{\frac{\Delta \rho}{\rho}}$$

Como pode ser observado, ε tem dimensões de uma pressão e se exprime nas mesmas unidades. O sinal menos indica que o volume diminui com o aumento da pressão.

1.6. PROPRIEDADES DOS LÍQUIDOS

Elasticidade volumétrica ou cúbica (ε)

O coeficiente de compressibilidade (β) de um fluido é definido como coeficiente de proporcionalidade entre o decréscimo relativo de seu volume e o acréscimo da pressão aplicada. Por definição, verifica-se que este coeficiente é o inverso do módulo de elasticidade volumétrica.

$$\beta = \frac{1}{\varepsilon}$$